

消費者の購買行動における意思決定とその理論的応用

鈴木 尚 通
成 木 政
葛 西 和 敏
田 中 正

目 次

1 はじめに

2 Diffusion モデルの概念的考察

2.1 Diffusion の要素

2.2 革新者と追随者

2.3 消費者受容の範疇別特性

2.4 一般的な Diffusion モデル

3 一般化された移入のある出生過程モデル

4 確率過程に基づくイノベータとイミテータによる購買行動モデル

4.1 Bass モデルの基本構造

4.2 Bass モデルとの関係およびその意味

4.3 修正 Bass モデル

5 おわりに

1 はじめに

ビジネス会社によって作り出された製品やサービスを含む多くの新しいアイデアは、社会に広まっていく際に明確なパターンにしたがっていることを、イノベーション過程の研究者らは示してきた。この研究では、新製品の購買者には2つのグループ、他の購買者とは独立に製品を採用するグループ（すなわち、イノベータ）と他の購買者に影響されるグループ（イミテータ）が存在することを示唆している。

Bass モデル [1] においては、時刻 t における販売量を残存する潜在的な採用者数で割ったものは、イノベータ係数とイミテータ係数に時刻 t までの購買者数を掛けたものの和に等しいとされる。残存する潜在的な採用者には、イノベータとイミテータが含まれているであろう。そうであるならば、時刻 t におけるイノベータの購買行動は、残存する潜在的な採用者に含まれるイミテータの影響を受けることになる。さらに、Bass モデルは決定論的な方程式で与えられ、それに含まれる係数は一定で時間に依存しない。

また、確率過程 (stochastic process)¹⁾ は、生態学 [2], [3] をはじめ、種々の分野に応用されている [4], [5] [6] が、Bass モデルの問題点を解消しうる理論の1つとしても位置づけられる [7]。Kendall は、出生率と消滅率が時間の任意関数であるとして、一般化された出生消滅過程を定式化した [7]。さらに、その応用の1例として、確率過程から得られた平均個体数の時間変動の方程式から、出生率と消滅率の時間依存性を適当にパラメータ化して、Malthus-Verhulst 方程式 (ロジスティック方程式) を導き出したが、これは Bass モデルの方程式に非常に類似している。

本稿では、イノベータとイミテータからなる消費者の購買行動に対するモデルを確率過程モデルから導出するために、Kendall の定式化した出生消滅過程モデルを拡張し、移入過程を含む確率過程モデルを用いた。ただし、製品の買い換え需要は考慮しないので、消滅過程は省略することにした。本稿の定式化には、2つのパラメータ、移入率と出生率、が含まれる。また、時刻 t における購買数は、Kendall の場合と同様に、平均値で与えられる。そして、移入率は時刻 t におけるイノベータの購買行動 (購買数) に対応し、出生率に時刻 t における平均個体数をかけたものはイミテータの購買行動 (購買数) に対応する。さらに、移入率と出生率はいずれも時間に依存し、一般的には、時間の任意の連続関数である。

以上のことをふまえ、本稿では消費者の購買行動における意思決定を確率過程の応用モデルを用いて分析することが主な目的である。このために、第2節では Diffusion モデルの概念的考察を、第3節では一般化された移入のある出生過程の考察を、第4節では確率過程モデルに基づいたイノベータとイミテータによる消費者の購買行動モデルの考察を、そして第5節では本稿のむすびとして考察の結果について述べている。

2 Diffusion モデルの概念的考察

Diffusion (普及, 拡散) とは、社会構成員の間で時間の経過にしたがい、ある経路をつ

うじて革新が伝達される過程である [8]。そして、伝達過程とは、構成メンバー間に相互理解を増進させるために互いが情報を開発・共有する過程である。

また、不確実性とは、事件の発生と関連し認知される代案の程度で、このような代案の相対的確率でもある。そして、不確実性とは予測性構造、情報の不足などを意味する。技術的な革新は情報を具体化することで課題を解決するに当たって原因-効果関係に対する不確実性を減少させる役割を行う。diffusion とは、社会変化の一種として、社会体系の機能と構造内で変化が行われる過程であると定義づけられる。新しいアイデアが創案され、普及、受容、拒否されることで、ある結果がもたらされ、これは社会に変化をもたらすようになる [8]。

Rogers により最初に体系化されたこの Diffusion model (普及モデル) は1940年代米国 Iowa 州でトウモロコシ栽培農業者の新品種の受容プロセスに対する研究の結果として開発された。その後、このモデルは人類学、社会学、教育学、保健学、コミュニケーション研究、マーケティング研究、経営学、経済学、地質学など多様な学問領域において1つの新しいアイデアや発明が集団に受容されるプロセスを説明する有効なツールとして活用されている²⁾。

マーケティング分野での Diffusion モデルは、新製品が市場で消費者により購買される程度を調査したり、消費者の知っている新製品の特徴がその商品の購買にどのような影響を及ぼすかを研究するのに活用されてきた³⁾。Diffusion モデルによるマーケティング研究は1つの革新物に対する最も受容力の高いターゲットマーケットを探し、そして多様なレベルの技術変化に対する消費者の態度はどのような反応を示すかを予測するツールとして用いられてきた。すなわち、1970年代以降、このモデルは新しく登場する商品の成功の可否を予測する多様な統計的モデルの基礎として応用されている [9]。

2.1 Diffusion の要素

Diffusion モデル研究の基礎を築いた Rogers は Diffusion の要素について、革新 (innovation)、意思疎通経路 (communication channel)、時間 (time)、そして社会システム (social system) の4つに分けて分析した [10]。これについて少し詳しく述べると次のとおりである。まず第1に、革新 (Innovation)⁴⁾である。革新に対する定義は多様にアプローチされるが、Rogers は個人に新しく知覚されるアイデア、実行 (practices)、革新に対する反応を決定する個人の主観的感覚に新しく感じられることと定義している [8]。Barnett は既存の存在形態とは質的に異なる新しい思想、行動、事物と定義 [11] し、Zaltman は革新について、既存の革新が受容者の知覚と行為の1つの部分として転換されていく過程と定義し、新しい変化の受容として説明している [12]。マーケティングにおける革新に対する定義としては、ターゲットマーケットで使用可能な製品形態として潜在購買者に新しいものとして知覚される、または10%以上の受容が不可能なアイデア、製品、サービスであるといえる [13]。

第2に、意思疎通経路 (communication channel) である。これは、革新が革新について知っている人から知らない人に伝達されることをいう。これはメッセージの伝達手段を意味するが、新製品という革新が市場をつうじてどれほど速く伝達されるかについては企業と消費者、または消費者相互間に行われる意思疎通の程度による。意思疎通経路には、

企業が情報の源泉者になり、革新を消費者に伝達する公式的意思疎通 (formal communication) と企業以外の情報源泉者が革新を伝達する非公式的意思疎通 (informal communication) の2つに分類することができる。公式的意思疎通とは、これがコミュニケーションにより意図的に設定され、その統制下にある場合であり、広告主によりその情報が流通する経路を意味する。そして非公式的意思疎通とは非意図的に設定され、コミュニケーションの統制下に入らない個人間の口伝経路を意味する。

第3に、時間 (time) である。革新の受容と拡散は時間的レベルを考慮すべきであるが、このような時間的レベルは、個々人が革新を初めて認知した後、受容可否を決定するまでの時間、個人による革新性の時間的差、一定期間にどのくらいの人が革新を受容するかの程度などに区分することができる。

第4に、社会システム (social system) である。これは共通の目的を達成するために共同の問題解決に参加する相互関連化された単位体の集合である。革新の受容および普及は基本的には個々人の性格、態度などにより行われるが、社会規範、身分、社会階層などの社会構造の影響も重要な影響を及ぼす。

2.2 革新者と追随者

ある人達は社会体系内の他の人の意思決定とは独立的に革新の受容について意思決定を行う。このような個人を革新者 (innovator) というが、多くの研究で受容者を次の5つの分けて分析している。すなわち、革新消費者 (innovator)、初期採用者 (early adopter)、初期多数者 (early majority)、後期多数者 (late majority)、そして後期採用者 (laggard) である。詳しくは次の項 (消費者受容の範疇別特性) で述べることにする。

このような受容時期による受容者の分類について、Bassによると、革新者を除いた他の受容者は社会体系の中で既存の商品を受容した他の受容者の影響を受けて商品を受容するようになると述べて、受容者を革新者 (イノベータ) と追随者 (イミテータ) に分けて分類し、この分類に基づいて拡散モデルを提示した [1]。

革新者の重要性は初期には大きいものの、時間の経過に伴い減っていき、追随効果は時間の経過により増加するようになる。

2.3 消費者受容の範疇別特性

1つの社会体系の中でメンバーが同時に新製品を受容することはない。消費者はタイムラグを経て新製品を受容するので、彼らが新製品をいつから使用し始めたかによって受容者範囲が定められる。すなわち、同一の社会体系のメンバーの中である革新的なアイデアや商品を相対的に早期に受容するか、または遅れて受容するかによって受容者集団の範疇を分けることができ、そして、革新性 (innovativeness) の類似する消費者を束ねてその特性を把握・理解することはマーケッターにとってきわめて重要なことであろう。

受容者範疇とは、革新性を基礎にある社会体系の中の構成員の分類を意味する。それゆえに、革新の程度により各個人を互いに異なる受容者に分類することができるが、それは結局個人により新製品、または新技術を受容する受容速度が各々異なるのみならず、製品によっては早期受容者も異なると考えられるからである。

Rogers は、次のような5つの受容者グループは各集団の持っている価値観や性格によ

る各々の特色があると述べている [8]。受容者範疇についてはいろいろな名称が用いられているものの、一般的には次のような名称を使用している (図1参照) [9]。

2.3.1 革新者 (innovators)

新製品や新技術の受容において全体集団の最初2.5%に該当する革新者は、冒険心が強い。したがって、リスクを冒しても新しいアイデアや商品を試用してみたいというニーズが強い。特性は外向的で、社会参加度が高く、富裕層が多い。これは全体消費者類型の中で最も少ない割合を占めているが、マーケティングにとってはきわめて重要な価値を持つ集団である。

2.3.2 早期受容者 (early adopters, 初期採用者)

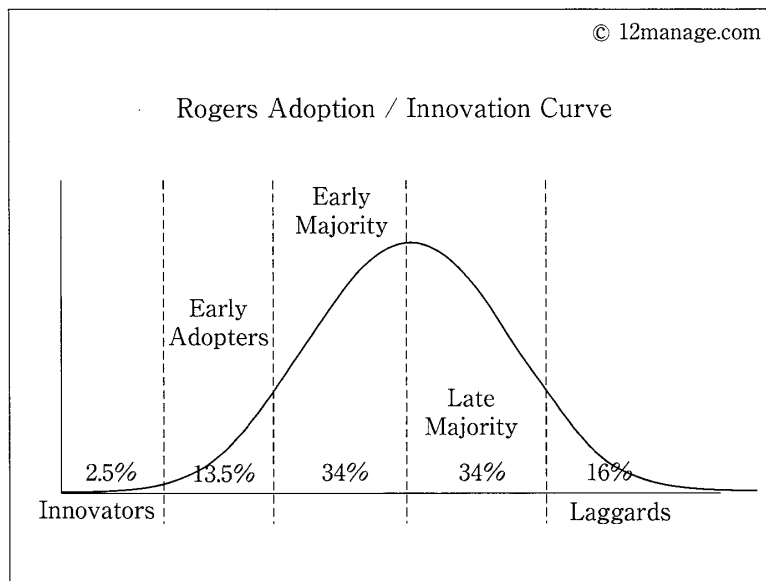
これは、革新者に続いて新商品を初期に採用する消費者類型として全体消費者類型の中で13.5%に該当するもので、流行に敏感で他人より新製品を先に使用することに満足する性向を持つ。早期受容者は製品の購買決定に当たって確実に確認され、提供される情報よりは自らの得た直感や展望により決定することを選好する。

彼らは新製品を受容する二次的集団としてコミュニティによく融和され、隣人に尊敬され、新製品に対する情報やアドバイスをインターネットや口伝をつうじて伝播するので消費市場において大きな影響力を及ぼす消費者層である。早期受容者は新製品を拡散させるのに先導的役割を担っているため、潜在的な受容者は彼らの製品情報やアドバイスを期待している。

2.3.3 早期多数受容者 (early majority, 前半採用群, 前期追随者)

次に革新を受容する34%の早期多数受容者は新製品の受容において慎重な態度を見せる。彼らは確認された参考資料などの情報をほしがるとし、早期受容者の信用できる意見や

図1 Rogersの革新受容曲線の範疇 (12manage.comによる)



アドバイスを受け入れるケースが多い。したがって、彼らの新商品に対する受容への意思決定過程は長い。

2.3.4 後期多数受容者 (late majority, 後半採用群, 後期追随者)

続いての消費者層は34%に該当する後期多数受容者である。彼らは革新製品に対して疑念が多く、他人に比べ購買速度が遅く、新技術に対する不確実性を受けられない特性を持っている。このグループの特徴は、すでに多くの人により新製品、または技術の妥当性が立証された場合に同僚やその他の要因により革新を受容する人達に構成されている。彼らはマスメディアをあまり利用せず、概して教育、所得、社会的地位も平均以下である。

2.3.5 最終受容者 (laggards, 落伍群, 遅滞者)

新製品に対する受容が、最も遅いこのグループは全体消費者層の16%に該当する。彼らは、一般的に伝統指向的で、保守的思考方式を持ち、この保守的思考方式が新製品に対する受容決定を遅らせる要因になっている。最終受容者は変化に否定的で、過去指向的で、ほとんどすべての人により採用され伝統として受けいられた場合のみに製品を受容する。

Moore の Chasm 理論⁵⁾によると、拡散モデルの早期受容者と後期受容者集団の差に基づいて初期集団の重要性と差別的マーケティングの必要性が高く提起されるようになった。

2.4 一般的な Diffusion モデル

一般的に、ある新製品の購買 (1 回限りの購買, first purchase) の普及過程はロジスティック曲線、または指数曲線の形態になると仮定する。そして、社会的追随、または個人的影響の強調、受容において階層的学習効果がある場合、個人的影響の大きい場合などはロジスティックモデル⁶⁾にしたがう。また、指数モデル⁷⁾の場合は直接的なマーケティング努力を強調する場合、企業の立場からみると選好・販売の速度が速いほど投資に対する収益の実現が早くなり、そしてマーケティングでの初期費用と関連するリスク、個人的影響が少なく、マーケティング支出が多い場合に現れる。

ロジスティックモデルは最初のある期間は普及されず、急にある時点を過ぎると急速に普及され、成熟期にはいると再び普及の程度がほとんどない状態になる S 字曲線に普及されるというモデルである。反面、指数曲線は最初に急速な拡散が行われ、一定時点になると拡散がほとんど行われないう理論的説明に基づいたモデルである。すなわち、イノベータよりイミテータが多い場合の拡散形態はロジスティックモデルで、指数関数はイノベータがイミテータより多い場合に現れる拡散形態である。

一般的に、Bass の Diffusion モデルは反復購買者がいなくて、購買者の購買量は 1 単位として仮定し、Diffusion 過程のある期間 t 期に全体市場では $M(t)$ ほどの個人がいて、その中に $N(t)$ が潜在顧客数、または最終的購買者数と仮定と、 t 期にはこの潜在的顧客の中で何人が新製品を購買するのかということに興味を持つ。Bass モデルはこのような質問に答えるためにモデリングされたものである。したがって、マーケットを 3 つのセグメントに分けて、全体顧客の流れとその割合に関心をおいている。すなわち、(1) 未開拓市場 (untapped market) である。これは市場の全体顧客の中から最終的潜在顧客数を除い

た人である（この人達は製品に対する情報が得られず、または他の要因、すなわち高い製品価格、一般的な経済状況などにより顕在顧客になれない部分である）。しかし、動的なみると、このメンバーも潜在的顧客に転換しうる。（２）潜在市場（potential market）である。すなわち、これは全体潜在顧客の中ですでに新製品を受容した個人を除いた部分である。（３）現在市場（current market）である。これは t 期までに新製品を購入した受容者の部分である。

3 一般化された移入のある出生過程モデル

一般化された移入のある出生過程モデルでは商品購買者はイノベータとイミテータに分けられると仮定する。イノベータは他の消費者とは独立に商品を購入し、イミテータは商品の売れ行きに従って、すなわち、それまでの消費者の購買行動に影響されて、購買行動を起こすと考える。我々は、イノベータの行動は、移入過程（ポアソン過程）によって記述されるとし、イミテータの行動は、出生過程で記述されるとする。この節では、一般化された移入のある出生過程の概略を述べる [15, 16]。

$P(n, t)$ は n 個の個体が時刻 t ($t \geq 0$) に存在する確率を表す。時刻 t から $t + \Delta t$ の時間間隔 ($t, t + \Delta t$) に、移入によって個体数が 1 個増える確率は、移入率 $\lambda_0(t)$ に比例し、 $\lambda_0(t)\Delta t$ で与えられると仮定する。また、同じ時間間隔の間に、出生過程によって個体数が 1 個増加する確率は、時刻 t における個体数 n と出生率 $\lambda_2(t)$ に比例し、 $n\lambda_2(t)\Delta t$ で与えられると仮定する。確率 $P(n, t)$ の時間間隔 Δt における変化は

$$P(n, t + \Delta t) - P(n, t) = \lambda_0(t)\Delta t P(n-1, t) - \lambda_0(t)\Delta t P(n, t) + (n-1)\lambda_2(t)\Delta t P(n-1, t) - n\lambda_2(t)\Delta t P(n, t)$$

と表すことが出来る。ただし、 $n < 0$ のとき、 $P(n, t) = 0$ とする。この式において $\Delta t \rightarrow 0$ の極限を取ると、確率分布に対する偏微分方程式、

$$\frac{\partial P(n, t)}{\partial t} = \lambda_0(t)P(n-1, t) - \lambda_0(t)P(n, t) + (n-1)\lambda_2(t)P(n-1, t) - n\lambda_2(t)P(n, t) \quad (1)$$

を得る。確率分布に対する初期条件を

$$P(n, t=0) = P_0(n) \quad (2)$$

とする。

確率分布に対する母関数を

$$\Pi(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P(n, t)z^n \quad (3)$$

で定義すると、母関数に対する偏微分方程式は、

$$\frac{\partial \Pi(z, t)}{\partial t} = \lambda_0(t)(z-1)\Pi(z, t) + \lambda_2(t)z(z-1)\Pi(z, t) \quad (4)$$

その境界条件は、

$$\Pi(z, 0) = \sum_{n=0}^{\infty} P(n, t_0)z^n = F(z) \quad (5)$$

で与えられる。式 (4) より, 補助方程式は

$$\frac{dz}{dt} = -\lambda_2(t)z(z-1), \quad (6)$$

$$\frac{d\Pi}{dt} = \lambda_0(t)(z-1)\Pi(z,t) \quad (7)$$

となる。式(6)より, A を定数として,

$$z = 1 + \frac{1}{A \exp\left[\int_0^t \lambda_2(\tau) d\tau\right] - 1} \quad (8)$$

と表せる。式 (7) と式 (8) より, B を定数として,

$$\Pi(z,t) = B \exp\left[\int_0^t d\tau \lambda_0(\tau) \frac{1}{A \exp\left[\int_0^\tau \lambda_2(\tau') d\tau'\right] - 1}\right] \quad (9)$$

を得る。定数 B は境界条件 (5) より,

$$\Pi(z,0) = F(z) = B$$

となる。したがって, 式 (7), (8) を用いると, 母関数は,

$$\Pi(z,t) = F\left(\frac{z}{1 - (z-1)p(t,0)}\right) \exp\left[\int_0^t d\tau \lambda_0(\tau) \frac{(z-1)(p(t,\tau)+1)}{1 - (z-1)p(t,\tau)}\right], \quad (10)$$

$$p(t,\tau) = \exp\left[\int_\tau^t \lambda_2(t') dt'\right] - 1 \quad (11)$$

と表すことができる [15].

初期条件が $P_0(n) = \delta_{n0}$ で与えられる場合を考える。このとき, $F(z) = 1$ となるから, 確率分布に対する母関数は,

$$\Pi(z,t) = \exp\left[\int_0^t d\tau \lambda_0(\tau) \frac{(z-1)(p(t,\tau)+1)}{1 - (z-1)p(t,\tau)}\right] \quad (12)$$

となる。確率分布 $P(n,t)$ ($n = 0, 1, \dots$) とファクトリアル・モーメント F_k ($k = 1, 2, \dots$) は母関数から, それぞれ,

$$P(n,t) = \frac{1}{n!} \frac{\partial^n \Pi(z,t)}{\partial z^n} \Big|_{z=0},$$

$$F_k = \langle n(t)(n(t)-1)\cdots(n(t)-k+1) \rangle = \frac{\partial^k \Pi(z,t)}{\partial z^k} \Big|_{z=1} \quad (13)$$

で与えられる。式 (13) から,

$$F_1 = \langle n(t) \rangle = \int_0^t d\tau \lambda_0(\tau) (1 + p(t,\tau)), \quad (14a)$$

$$F_k = \sum_{j=1}^k \frac{(n-1)!}{(n-j)!} k F_{k-j} \int_0^t d\tau \lambda_0(\tau) (1 + p(t,\tau)) p(t,\tau)^{j-1} \quad (14b)$$

を得る。式 (14a) において, $\langle n(t) \rangle$ は時刻 t における平均個体数を表す。時刻 t における個体数の分散は, 式 (14b) より

$$\langle (n(t) - \langle n(t) \rangle)^2 \rangle = \langle n(t) \rangle + 2 \int_0^t d\tau \lambda_0(\tau) (1 + p(t,\tau)) p(t,\tau) \quad (15)$$

で与えられる。

4 確率過程に基づくイノベータとイミテータによる購買行動モデル

一般化された移入のある出生過程を用いて、イノベータとイミテータからなる、消費者モデルを考える。式 (14) から、時刻 t における平均個体数に対する微分方程式、

$$\frac{d\langle n(t) \rangle}{dt} = \lambda_0(t) + \lambda_2(t) \langle n(t) \rangle \quad (16)$$

を得る。また、式 (11) と式 (14a) から、時刻 t における平均個体数は次の式で与えられる、

$$\langle n(t) \rangle = \int_0^t d\tau \lambda_0(\tau) \exp\left[\int_\tau^t \lambda_2(t') dt'\right]. \quad (17)$$

ここで、式 (16) の意味を考える。 $t=0$ のとき、商品が売り出されるとする。 $(\langle n(0) \rangle = 0$ が成り立つように初期条件を取ってある。) 時刻 t における平均個体数 $\langle n(t) \rangle$ は、ある商品が売り出されてから時刻 $t (t > 0)$ までに商品を購入した (平均) 消費者数 (購買者数) を表す。ただし、消費者 1 人当たり 1 個の商品を購入すると仮定している。時間微分 $d\langle n(t) \rangle / dt$ は、時刻 t においてその商品を購入した消費者数を表す。式 (16) によると、時刻 t においてその商品を購入した消費者数は、移入率 $\lambda_0(t)$ と、出生率と時刻 t までの購買者数の積 $\lambda_2(t) \langle n(t) \rangle$ に分解される。式 (16) 右辺第 1 項の移入率 $\lambda_0(t)$ は時間の関数ではあるが、時刻 t までの購買者数には依存しない。式 (1) において、 $\lambda_2(t) = 0$ と置くと、式 (1) はポアソン過程の方程式となる。したがって、移入率 $\lambda_0(t)$ は時刻 t における購買者数に対するイノベータの寄与を表すと考えられる。式 (16) 右辺第 2 項は出生率と時刻 t までの購買者数の積 $\lambda_2(t) \langle n(t) \rangle$ で与えられている。この項は時刻 t までに商品を購入した消費者数に依存する。この項は時刻 t までの商品の売れ行きにつられて、購買行動を起こす層の寄与と考えることができる。すなわち、第 2 項はイミテータの寄与を示すと解釈できる。

4.1 Bass モデルの基本構造

消費者がイノベータとイミテータより構成される diffusion model の代表的なものとして、Bass モデル⁸⁾がある [1]。Bass は以前の Diffusion モデルを一般化し、特定品目の市場普及過程を市場外的要因による普及と市場内的要因による普及の合計として包括的なモデルを構築した。また、Bass は、電気冷蔵庫、白黒テレビ、エアコン、電動芝刈機、アイロンなどの 11 の家電製品に自分のモデルを適用した [1, 17]。

Bass モデルは特定品目に対する最初購買のみ⁹⁾を説明し、Fourt and Woodlock¹⁰⁾ [18] と Mansfield¹¹⁾ [19] により提案された 2 つのモデルを部分的に結合したモデルであるといえる。前者の場合、マスメディアの影響のみを、そして、後者の場合は口伝効果 (word of mouth) のみを考慮した反面、Bass モデルでは潜在購買者が特定商品を購入する過程をマスメディアに代表される市場外的要因と口伝効果に代表される市場内的要因により影響を受けると仮定した。また、潜在購買者はマスメディアとコミュニケーションに影響を受ける革新者 (innovator) と口伝効果により影響を受ける追随者 (imitator) に区分され

る。すなわち、このモデルは革新的行動と模倣的行動に関する行動主義理論に基づき、既存の購買者数とは関係なく外部影響、すなわち企業の広告、販売促進、マスメディアなどにより製品を購入するイノベータと、すでに製品を購入した消費者による内部影響、すなわち、製品に対する評価・経験による口伝効果などにより製品を購入するイミテータに分けるようになる [10]。

4.2 Bass モデルとの関係およびその意味

ここでは、本稿でのモデルである式 (16) が、Bass モデルに帰着する可能性があるかどうか検討する [16]。

Bass モデルは次の微分方程式、

$$\frac{dF(t)}{dt} = (M - F(t))(p + qF(t)/M), \quad F(0) = 0 \quad (18)$$

で表される [1], [17]。式 (18) において、 $F(t)$ は時刻 t までの販売数 (cumulative number of adopters at time t) を表す。ただし、消費者 (購買者) は 1 人当り 1 個の商品を購入すると仮定する。 M は¹²⁾マーケットの上限 (ceiling)、すなわち、最大販売数を表す。係数 p は coefficient of innovation (or coefficient of external influence, 革新係数)¹³⁾ を、係数 q は coefficient of imitation¹⁴⁾ (or coefficient of internal influence, 追従係数)¹⁵⁾ を表す¹⁶⁾。式 (18) の解は

$$F(t) = M \frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + (q/p) e^{-(p+q)t}} \quad (19)$$

で与えられる。

式 (18) 右辺の $(M - F(t))$ は時刻 t における残存購買 (可能) 者数を表す。この中には、イノベータとイミテータが含まれると考えられる。したがって、 p がイノベータの購買行動を表す係数であるとする、 $(M - F(t)) p$ は残存するイノベータとイミテータの数に依存する。従って、イノベータの時刻 t における購買行動が、将来購買行動を起こすであろうイミテータの数に依存することになり、イノベータの購買行動は他人に影響されないという、イノベータの定義に抵触することになる。

我々のモデル、式 (16) における平均個体数 $\langle n(t) \rangle$ は式 (18) と式 (19) における $F(t)$ に対応する。

我々のモデル、式 (16) と Bass モデルの関係は [16] に詳述したので、以下では、その概要を述べ、導出した式の意味を検討することにする。 ξ を定数として、

$$\begin{aligned} \lambda_0(t) &= \xi \lambda_2(t), \\ \lambda_2(t) &= -\beta_1 \langle n(t) \rangle + \beta_2 \end{aligned} \quad (20)$$

と表せると仮定する。

このとき式 (16) は次のように書ける、

$$\frac{d\langle n(t) \rangle}{dt} = \beta_1 (\langle n(t) \rangle + \xi) (\beta_2 / \beta_1 - \langle n(t) \rangle). \quad (21)$$

式 (21) を解くと、 A を定数として、

$$\langle n(t) \rangle = \frac{\beta_2 A + \xi \exp[-(\beta_2 + \xi \beta_1)t]}{\beta_1 A - \exp[-(\beta_2 + \xi \beta_1)t]}$$

を得る。 $\langle n(0) \rangle = 0$ とすると $A = -\xi/\beta_2$ となる。したがって、

$$\langle n(t) \rangle = M \frac{1 - \exp[-rt]}{1 + (M/\xi)\exp[-rt]}, \quad (22)$$

$$M = \frac{\beta_2}{\beta_1}, \quad r = (M + \xi)\beta_1 \quad (23)$$

と表せる。式 (22) には 3 つのパラメータ, r , ξ , M が含まれている。ただし, M は Bass モデル, 式 (19), と共通にとってある。

$$r = p + q, \quad \xi = (p/q)M \quad (24)$$

と置くと, 我々のモデルから導き出された式 (22) と Bass モデル, 式 (19) は一致する。式 (24) を p , q について解くと、

$$p = \frac{\xi r}{M + \xi}, \quad q = \frac{Mr}{M + \xi} \quad (25)$$

と表せる。係数 p , q は共に, ξ と r の関数となる。 ξ は移入率と出生率の比で定義されているので, イノベータとイミテータの双方の寄与が含まれている。また r も式 (23) よりわかるように, イノベータとイミテータの双方の寄与が含まれている。以上より係数 p , q には, イノベータとイミテータの双方の寄与が含まれていることになる。

4.3 修正 Bass モデル

我々のモデルに前述のような制限を付けると Bass モデルと形式的に一致するモデルが導き出された。このモデルのパラメータの意味は Bass モデルと異なるので, 我々のモデルの 1 例として導き出されたモデルを「修正 Bass モデル (modified Bass model)」と呼ぶことにする。

修正 Bass モデルは, 次の式で与えられる,

$$\begin{aligned} \lambda_0(t) &= \xi \lambda_2(t), \\ \lambda_2(t) &= \frac{rM}{\xi} \frac{e^{-nt}}{1 + (M/\xi)e^{-nt}}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\frac{d}{dt} \langle n(t) \rangle = rM \left(1 + M/\xi \right) \frac{e^{-nt}}{(1 + (M/\xi)e^{-nt})^2}, \quad (27)$$

$$\langle n(t) \rangle = M \frac{1 - e^{-nt}}{1 + (M/\xi)e^{-nt}}. \quad (28)$$

また, 修正 Bass モデルでは, 式 (16) からわかるように, 時刻 t における購買者数をイノベータの寄与 $\lambda_0(t)$ とイミテータの寄与 $\lambda_2(t)$ $\langle n(t) \rangle$ に分解することが出来る。時刻 t までの販売数に対するイノベータの寄与は次の式で与えられる,

$$R_I(t) = \int_0^t \lambda_0(\tau) d\tau / \langle n(t) \rangle = \frac{\xi}{M} \ln \left(\frac{1 + (M/\xi)}{1 + (M/\xi)e^{-nt}} \right) \frac{1 - e^{-nt}}{1 + (M/\xi)e^{-nt}}. \quad (29)$$

式 (28) の性質を調べるために, $\langle n(t) \rangle$ を t で微分すると次のようになる,

$$\frac{d}{dt} \langle n(t) \rangle = Mr(1+a) \frac{e^{-nt}}{(1+ae^{-nt})^2}, \quad a = M/\xi, \quad (30)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \langle n(t) \rangle = Mr^2(1+a) \frac{e^{-nt}}{(1+ae^{-nt})^3} (1 - ae^{-nt}). \quad (31)$$

定数 M , a , r は正だから, 式 (30) より $d\langle n(t) \rangle/dt > 0$ となる。 $t \geq 0$ だから, 式 (31)

より, $a \geq 1$ の時のみ $d^2\langle n(t) \rangle / dt^2 = 0$ を満たす $t (t = (\ln a) / r)$ が存在する.

(i) $a > 1$ のとき, $d\langle n(t) \rangle / dt$ と $\langle n(t) \rangle$ は表 1 に示すような振る舞いをする.

表 1 修正 Bass モデルの時間変化 ($a > 1$ のとき)

t	$\frac{d^2}{dt^2}\langle n(t) \rangle$	$\frac{d}{dt}\langle n(t) \rangle$	$\langle n(t) \rangle$
$0 \leq t < \frac{1}{r} \ln a$	$\frac{d^2}{dt^2}\langle n(t) \rangle > 0$	正 (増加)	下に凸
$t = \frac{1}{r} \ln a$	$\frac{d^2}{dt^2}\langle n(t) \rangle = 0$	正 (最大値)	変曲点
$t > \frac{1}{r} \ln a$	$\frac{d^2}{dt^2}\langle n(t) \rangle < 0$	正 (減少)	上に凸

(ii) $a = 1$ のとき, $t > 0$ ならば, $\frac{d^2}{dt^2}\langle n(t) \rangle < 0$ かつ $\frac{d}{dt}\langle n(t) \rangle > 0$ だから, $\frac{d}{dt}\langle n(t) \rangle$ は単調減少, $\langle n(t) \rangle$ は上に凸となる. ただし, $t = 0$ のとき, $\frac{d^2}{dt^2}\langle n(t) \rangle = 0$ かつ $\frac{d}{dt}\langle n(t) \rangle > 0$ となる.

(iii) $a < 1$ のとき, $t \geq 0$ ならば, $\frac{d^2}{dt^2}\langle n(t) \rangle < 0$ かつ $\frac{d}{dt}\langle n(t) \rangle > 0$ だから, $\frac{d}{dt}\langle n(t) \rangle$ は単調減少, $\langle n(t) \rangle$ は上に凸となる.

以上により, 修正 Bass モデル (Bass モデル) は, 時刻 t における販売数 $\frac{d}{dt}\langle n(t) \rangle$ が時間の関数としてユニモーダル (uni-modal, 単峰性) の場合か, 単調減少の場合に限られることがわかる.

5 おわりに

本稿では, 移入 (immigration) のある一般化された出生過程に基づき, イノベータ・イミテータモデルを定式化した. 我々のモデルでは, 移入率 $\lambda_0(t)$ と出生率 $\lambda_2(t)$ は時間依存性を持っており, 式 (16) からわかるように, 時刻 t における購買者数 $d\langle n(t) \rangle / dt$ がイノベータの寄与 $\lambda_0(t)$ とイミテータの寄与 $\lambda_2(t)\langle n(t) \rangle$ の和で与えられる. さらに, $\lambda_0(t) / \lambda_2(t) = \xi$ (一定) の時, Bass モデルと一致する式が得られることを示した. パラメータの意味が元々の Bass モデルとは異なるので, 我々のモデルから導出されたものを「修正 Bass モデル」と呼ぶことにする.

Bass モデルにおいてイノベータ係数 p とイミテータ係数 q は, 前述したように, p をイノベータの寄与, q をイミテータの寄与とするには無理がある. 式 (18) において, p , q には潜在的残存購買者 $M - F(t)$ がかかっているため, 潜在的残存購買者の影響を受けていることになる. 潜在的残存購買者は潜在的残存イノベータと潜在的残存イミテータより構成されると考えられる. 従って, p , q に比例する項はいずれも潜在的残存イノベータ

タとイミテータの影響を受けていることになる。これは、イノベータが他の購買者の影響を受けない（特にイミテータからは影響されない）とする定義に抵触する。

また、 p と q はいずれも修正 Bass モデルにおける移入率と出生率の関数となり、イノベータの寄与とイミテータの寄与の双方が含まれている。したがって、Bass モデルでは時刻 t における購買者数をイノベータの寄与とイミテータの寄与に分解することは出来ない。

一方、修正 Bass モデルでは、式 (16) からわかるように、購買者をイノベータの寄与とイミテータの寄与に分離できる。また、時刻 t までの総売上 $\langle n(t) \rangle$ に対するイノベータの寄与 $R_I(t)$ を求めることもできる。

Bass モデルは、時刻 t における購買者数 $dF(t)/dt$ にピークは 1 つだけの場合、または単調減少の場合にのみ適用可能であり、 $\lambda_0(t)/\lambda_2(t) = \xi$ (一定) として導き出した修正 Bass モデルでは、勿論 Bass モデルと同じタイプのデータにしか適用できない。

しかし、確率過程の基づく我々のモデルでは、 $\lambda_0(t)/\lambda_2(t) = \xi$ (一定) に限定する必要性は必ずしも無い。 $\lambda_0(t)/\lambda_2(t) \neq \xi$ (一定ではない) とすることによって、Bass モデルに比べてより複雑な購買行動も、我々のモデルで解析することは可能である。

注)

- 1) 確率過程とは不確実性を持って変化する一連の過程で、時空間や状態空間での定義された確率変数の集合である。代表的な確率過程としては、Poisson process (ポアソン過程), Renewal process, Regeneration process, Markov chain (マルコフ連鎖), Markov-Renewal process, そして Semi-Markov process などがある。このような確率過程は確率的模型に対するモデルリングや分析などに多く用いられ、特に、Queueing theory (待ち行列理論) の基礎になる理論である (SKK Univ., O. R. Lab. のウェブサイト資料による)。
- 2) Rogers, E. M. (1969) [14], pp. 42-43.
- 3) E. M. (1969) [14], p. 79.
- 4) 革新の種類は、連続型 (continuous) 革新, 動的な (dynamically) 連続的革新, そして不連続型 (discontinuous) 革新に大きく分類することができる。
- 5) Moore, G. A. (1999), "Crossing the Chasm", New York: Harper Business.
- 6) このモデルは、潜在的採用者に対して採用者は何の影響も与えないことや、採用への情報源は、潜在的採用者の社会システムの外部にあると仮定する。
- 7) このモデルは、潜在的採用者に影響を与えるのは採用者のみであることや、採用者は社会システムにかかわらず、すべての非採用者と接触できると仮定する。
- 8) このモデルは需要予測モデルの 1 つとして、過去の販売情報により将来需要を予測する理論で、Life Cycle と類似する形態で現れ、Diffusion of Innovation 理論に基づいた行動的モデルである。また、製品に限らず、市場の成長率に焦点を置き、購買比率はイノベータの初期受容と口伝効果として生成された需要を予測する。
- 9) この Bass モデルは耐久消費財を対象にしたモデルとして、初回購入のみを仮定している。しかし、期間が長くなれば初回購入のみを仮定することは不現実的である。すなわち、耐久消費財の場合、同一時間内での初期購買の行われる割合は、後期購買が行われる割合より低いので短期測定データに基づいたこのモデルは製品の長期的な市場占有率を過小評価していると指摘することができ、反復購入を仮定する必要がある。
- 10) このモデルでは、新製品の普及過程は普及促進者による情報によってのみ影響を受けると仮定した。
- 11) このモデルでは、新製品の普及過程は既購入者による情報によってのみ影響を受けると仮定した。
- 12) 市場の潜在力 (market potential), すなわち最終的に該当製品を使用する消費者の数を表す。
- 13) 該当製品を使用していない消費者がマスメディア、またはその他外部要因により該当製品を使用する可能性を意味する。
- 14) imitation (模倣) という名称は、Bass が念頭に置いていたコミュニケーション機能が新製品の社会的意味の形成と反応であることを暗示している ([20] の p.53)。

- 15) 該当製品を使用していない消費者が口伝効果, または既存の使用者の影響により該当製品を使用する可能性を意味する。
- 16) この2つの係数について, 研究者によっては, 前者を先導購入係数, 後者を追随購入係数と呼ぶケースもある。

参考文献)

- [1] Bass, F. M. (1969), "A New Product Growth Model for Consumer Durables", *Management Science*, 15, 215-227.
- [2] 小松勇作 (1950), "数理生物学概論", 東京, 中山書店.
- [3] 寺本英 (1995), "数理生態学", 東京, 朝倉書店.
- [4] Parzen, E. (1962), "Stochastic processes", San Francisco: Holden-Day.
- [5] Bailey, N. T. (1962), "The elements of stochastic processes with applications to the natural sciences", New York: John Wiley and Sons.
- [6] Karlin, S., Taylor, H. M. (1975), "A first course in stochastic processes", 2nd ed., London: Academic Press.
- [7] Kendall D. G. (1948), "On the generalized birth-and-death process", *Ann. Math. Statist.*, 19, 1-15.
- [8] Rogers, Everett M. (1983), "Diffusion of Innovations", 3rd ed., New York: The Free Press.
- [9] Bae, E. J. (2006), "A Study of Consumer Attitudes toward Advertising Creative Strategies of Multinational Brand—Mainly regarding print advertisements of multinational sports brands—", *Hongik Univ.*, 22-28.
- [10] Choo, G. S. (2003), "An Application of Bass Diffusion Model to Wire·Wireless Internet Service Demand Forecasting", *Chungang Univ.*, 9-13.
- [11] Barnett, A. G. (1953), "Innovation: The Basic of Culture Change", McGraw Hill.
- [12] Zaltman, G., Duncan, R. and Holbeck, J. (1973), "Innovations and Organization", New York: A Wiley-Interscience Publication, 8-9.
- [13] Kollat, D. T., Blackwell, R. D. and Engel, J. F. (1970), "Research in Consumer Behavior", Holt, Rinehart and Winston, Inc., 673.
- [14] Rogers, Everett M. (1969), "Diffusion of Innovations", New York: The Free Press.
- [15] 鈴木尚通 (1991), "移入効果のある一般化された出生過程", *松商短大論叢*第39号, 45-52.
- [16] Suzuki, N., M. Tanaka, K. Kasai and K. J. Sung (2007), "Diffusion model with Innovators and Imitators based on the Generalized Birth Process with Immigration".
- [17] Bass, F. M., T. V. Krishnan and D. C. Jain (1994), "Why the Bass Model Fits without Decision Variables", *Marketing Science*, Vol. 13, No. 3 (Summer), 203-223.
- [18] Fourt, L. A. and J. W. Woodlock (1961), "Early Prediction of Market Success for Grocery Products", *Journal of Marketing*, Vol. 25, 741-766.
- [19] Mansfield, E. (1961), "Technical Change and the Rate of Imitation", *Econometrica*, Vol. 29.
- [20] 小野晃典 (2000), "採用者カテゴリーを導入した新製品普及シミュレーション—情報授受特性における消費者間差異の検討—", *三田商学研究*第43巻第2号, 45-66.
- [21] Kim, S. C. (2004), "Diffusion and Forecast of Electronic Money in Korea—Bass Model Approach—", *Jinju National Univ.*, 40-50.
- [22] Lee, Y. K. (2002), "A Substantial Study for the Reception Factor of M-Commerce", *Sogang Univ.*, 44-45.
- [23] Trichy V. Krishnan and Dipack C. Jain (2006), "Optimal Dynamic Advertising Policy for New Products", *Management Science*, 52 (12), 1957-1969.
- [24] Satoh, D. (2001), "A DISCRETE BASS MODEL AND ITS PARAMETER ESTIMATION", *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 44, No. 1, 1-18.
- [25] 高田博和・斉藤嘉一・上田隆穂・Fiona Sussan・Yu-Min Chen (2005), "第二世代携帯電話とインターネットの普及についての研究", *経営行動科学*第18巻第3号, 199-209.
- [26] 酒井博章 (2005), "普及モデルによる顧客細分化の実証—普及モデルをマーケティング活動に役立てるために—", *オイコノミカ*第42巻第1号, 1-13.