研究ノート

子どもの学習過程に基づく支援の検討
―第5学年「小数の乗法」の単元における学習過程の分析を通して―

佐藤 茂太郎・大西 優輝

Examination of Support Based on Children's Learning Process:
Through an analysis of the learning process in the unit "Multiplication of Decimals" in the 5th grade

SATO Shigetaro and ONISHI Yuki

要　　旨

これまでも小数の乗除計算に関する研究が多く蓄積されているにもかかわらず、全国学力・学習状況調査(国立教育政策研究所)によると、子どもたちの小数の乗除計算の理解に関して、必ずしも望ましい状況でないことが分かっている(国立教育政策研究所、2019)。そこで、小数の乗法と除法の学習過程をよりよく理解することを基盤に据え、そこから見出される今後の指導のあり方や、支援の方法などを明らかにすることを目的とした。その結果、比例の学習を終えた後も、一般的に教科書でも見られる数直線の解釈が、乗除の数量関係ではなく、加減としている子どもがいることが分かり、モデルの自己発達の視点も大切であることを指摘した。

キーワード

小数倍　　数直線　　モデルの自己発達

目　　次

Ⅰ．本研究の背景と目的

筆者は乗法概念に関する子どもの学習過程の研究を積み重ねてきている。例えば、2023年度には小学校第5学年の割合（百分率）単元における実践研究を行っている[1)]。佐藤（2023）[1)]によると昨年度の割合単元における実践の反省の一つとして、教科書の解法に至らなかったということが挙げられている。それは、例えば、比の第1用法の問題「200人のうちの80人の全体に対する割合」を求める問題に対して200÷10＝20（10％に相当する人数）とし、20×4が80なのでそれに伴って10％を4倍して40％と解決するに留まってしまっていた。比例的推論を働かせながら解決できているものの、いわゆる「公式（比較量÷基準量＝割合）」に至っていないことが分かる。このようになってしまったことは、割合（百分率）の学習での指導の問題もあるだろう。しかしながら、この学習の関連教材である小数の乗法や除法の指導についても改めて検証していくことが必要であると考えられる。なぜなら、以下に述べていくように全国学力・学習状況調査の結果において、小数の乗法と除法についての課題が指摘されているからである。

次に子どもの小数の乗法と除法に関する理解の状況を見ていくことにする。平成19年度（2007）全国学力・学習状況調査[2)]算数Ａ大問4「演算決定」の問題は「答えが210×0.6の式で求められる問題を、下の1から4までの中から1つ選んで、その番号を書きましょう。」である。選択肢及び反応率は次の通りである。

1　砂糖を0.6kg買って、210円はらいました。この砂糖1kgのねだんはいくらでしょう。（反応率　4.5％）

2　210kgの大豆を0.6kgずつふくろにつめます。大豆を全部つめるには、ふくろはいくついるでしょう。（反応率　10.3％）

3　1ｍのねだんが210円のリボンを0.6ｍ買いました。リボンの代金はいくらでしょう。（反応率　54.3％）

4　赤いテープの長さは210㎝です。赤いテープの長さは白いテープの長さの0.6倍です。白いテープの長さは何㎝でしょう。（反応率　30.1％）

上記の通りの結果である。「3」が正答である。正答率及び解説の中には「数量関係をとらえやすくするために、図に表すなどの工夫も考えられる。」や「立式の有効な手立ての一つとして、「簡単な数に置き換えて数量関係を考える」ことが考えられる。」とある。この中には、0.6ｍを6ｍに置き換える説明も含まれるが、実際に子どもはこのような解釈が可能であるか確認が必要であろうと考える。なぜなら、植阪（2014）[3)]の指摘「教師は多くの図表を使って教えているにもかかわらず、学習者自身は自らの図表を利用しようとしない」ことや「学習者はあまり自発的に図表を利用していない」といった問題も関わっているものと考えられるからである。

次に、平成26年度（2014）全国学力・学習状況調査[4)]算数Ａ大問2「乗法の意味」は、図を示し白いテープの長さをもとにして、赤いテープと青いテープの長さを示し「（1）赤いテープの長さを求める式を、下の1から4までの中から1つ選んで、その番号を書きましょう。」「（2）青いテープの長さを求める式を、下の1から4までの中から1つ選んで、その番号を書きましょう。」である。それぞれの選択肢における反応率を括弧内に示す。

（1）80＋0.2　（反応率　17％）
　80－0.2　（反応率　2.1％）
　80×1.2　（反応率　72.1％）
　80÷1.2　（反応率　8.5％）
（2）80＋0.6　（反応率　1.5％）
　80－0.6　（反応率　15.6％）
　80×0.4　（反応率　54.3％）
　80÷0.4　（反応率　28.1％）

（1）の正答は「80×1.2」、（2）の正答は「80×0.4」である。この結果は調査対象者が第6学年であることから、小数の乗法や除法を学習済みの子どもの反応率である。帯小数倍に関しては正答の反応が70％を超えているが、純小数倍は約50 ％程度となっている。この学習のほかにも第5学年では、単位量あたりの大きさ、分数、割合（％）の学習も既習事項となっている。それにもかかわらずこのような状況である。以上のように小数の乗法や除法に関する問題を示してきたが、演算決定、乗除の意味、倍の意味に関して指導上の問題があると仮定して本研究は進めていく。

さて、このことに関して佐藤（1934）[5)]は、算術教育概論の中で次のように指摘する。「『或数に例えば0.3を掛けるとは、その数3/10即ち10等分したものの3倍を求めることである』ということを記憶させるこ

とは、左程困難なことではない。けれども、10等分したものの3倍を求めるのに、何故0.3を掛けるというのか、0.3を掛けるといわないで、10で割ってその結果を3倍するというのが何故いけないのか、児童には解せないことであるにちがいない(以下は略)」とある。つまり、純小数をかけることは大変困難であると述べている。例えば、400ｇの60％分の重さを求める場合、通常は「400×0.6」とするわけであるが、このこと自体が難しいことを述べている。

次に小数の乗法や除法に関する先行研究を述べ、本研究の目的を明らかにしていく。小数の乗法に関しては高橋久誠(1999a[6)]、1999b[7)]、2000[8)])がある。この研究はGravmeijer, K.(1997)[9)]に依拠し、「インフォーマルな知識と方略が、抽象的な数学的知識を発達させる」ことや「modelがその2つの観念(具体的観念と抽象的観念)が媒介として有力な役割をしている」と述べ、RME理論をもとに小数の乗法の授業で見られる子どもの思考を分析している。ここでは「素朴な比例の考え」をインフォーマルな知識として持っていることや、この考えをもとに単位を自由にとれるようになったことを指摘している。

一方でインフォーマルな比例の考えを意識できない子どもの思考を分析し、純小数倍の問題(1m200円のテープ0.8mの代金はいくらか)に対して、「0.8mの値段は安くなるからわり算だとする別のインフォーマルな知識もはたらいている」と述べている。さらに、「長さを半分にすれば、値段も半分になるといったインフォーマルな比例の考えから出発できないこと」も指摘し、解決がうまくなされない子どもの様相も分析している。

高橋久誠(1999b)[7)]では、個々の子どもがモデルをつくっていくプロセスを分析している。model ofをつくるために比例の考えを意識させmodel forへの進展を考えている。ここでは「基準」と「比例の考え」を意識させることを示唆している。うまく進展されなかった児童については、モデル(数直線)を使った機会を多く設けることを指摘している。この数直線の使用に関わった子どもの倍に関する理解を明らかにする研究はあるものの、数直線使用に関する困難性を見出した研究は少ない。(数直線は二重数直線[10, 11)]とも呼ばれるが、本稿では学習指導要領解説算数編[12)]に倣い数直線と呼ぶことにする。)

そこで本研究では、子どもに着目しながらも、小数の乗法と除法の学習過程をよりよく理解することを基盤に据え、そこから見出される今後の指導のあり方や、支援の方法などを明らかにすることを目的とする[13)]。特に検証する対象を小学校第5学年1名に絞り、子どもと教師の教授学習過程を詳細に分析することを試みていく。

Ⅱ．研究の方法

本研究の目的を達成するために、某国日本人学校小学校第5学年Akira(仮名)に焦点を当て、子どもの発言、ノート記述におけるデータを分析する[注1]。また、適宜電子黒板や黒板を使用し、子どもに記述させたり教師が記述したりした内容も分析対象とする。

データの収集方法としてZoomのビデオ機能を利用して録画を行う。また、ICレコーダーを用意して発言したデータを収集した。尚、教師は教職10年以上の経験豊かなAkiraの担任である。

Ⅲ．単元の概要

基本的には教科書[14)]に沿った形で行われた。簡単な場合の比例を直前に扱っており比例関係に関しての知識は身に付いている。対象児童が1名ということで、適宜計算練習の時間を設定したり、子どもの状況を見て教師は当初指導計画を修正したりしながら進めていた。そして、本稿では紙面の都合もあることから、特に第1・2時、そして第6時に関わる教授学習場面に焦点を当て分析していく。

第1・2時：小数をかけることの意味を考える。また、計算の仕方を考える。
第3・4・5時：小数の乗法の考え方と筆算形式を考える。筆算の仕方を理解する。
第6時：帯小数をかける場合と純小数をかける場合の、積と被乗数の関係を考える。
第7時：図形の計量に際して小数の場合にも適用できることを考える。
第8時：小数の場合でも整数で成り立った計算法則が成り立つことを考える。
第9・10時：これまでの学習の振り返りや評価問題を実施する。
第11・12時：小数でわることの意味を考える。また、

計算の仕方を考える。
第13・14・15時：小数のわり算の計算の仕方と筆算の仕方を考える。
第16時：純小数でわると商は被除数よりも大きくなることを考える。
第17・18時：小数の除法における余りの意味について考える（包含除的解釈）。包含除的解釈による問題場面において商を概数で表すことを考える。
第19・20時：これまでの学習の振り返りや評価問題を実施する。
第21～25時：小数の倍に関する問題を考える。

Ⅳ．一人の子ども・Akiraの学習の様相

1．小数の乗法と除法の学習前相

Akiraは、小数の乗除の学習前の「簡単な場合の割合」単元で数直線に対し次のように述べている。ノート記述の通りに示す。それは「数直線図がふべんだと思いました。先生の質問に答えられないからです。」であった。1mが80円のリボンがあり、そのリボンが2m、3m…と増えていった場合の代金の求め方において、教科書上に示される図とAkiraの描いた図に齟齬が生じていたことが起因すると思われる。この時間でのデータはノートの記述のみなので結果としてはこのことしか示すことができないが、いずれにしても教授学習過程において何らかの問題が生じていたものと推察される。

2．小数の乗法の導入期（第1・2時）

当初予定では2時間扱いであったが、実際には3時間を要した。導入問題は「1mのねだんが80円のリボンを2.3m買いました。代金はいくらですか。」である。Akiraは、2.3mを2mと0.3mに分けて考えていた。2m分の代金はすぐに求めることができていたものの、0.3m分の代金を求めることが困難であった。教師とのやり取りの中で、0.3mではなく0.5mであれば代金を求めることができることに言及した。長さが半分になれば代金も半分になるといった理由であった。

次時は0.3m分の代金を求めることが課題であった。Akiraは、3m分であれば導出でき、その後「÷10」をして0.3m分の代金を求めることができた。その後、2.3mの整数部分と小数部分を分けることなく、2.3を整数化して23とし、80×23÷10として解決した。

3．帯小数・純小数倍（第6時）

第6時の問題は「1Ｌの重さが400ｇの土があります。この土の1.3Ｌ、0.6Ｌの重さは、それぞれ何ｇですか。」であった。教師とAkiraは、まず1より大きい1.3Ｌの重さから求めることを確認した。また、図でこの場面を表現した。Akiraがこの時描いた図と教科書の図に隔たりがあったが、教師から教科書に示される数直線での説明を求めた。

Akiraは説明を求められた際、結果を即座に求めようとした。それは「えっーと、432にして（略）」といった発言から分かる。その後教師と「400×1.3」であることを確認したが、数直線で説明をする際次のような発言をする。補足として、この時教師はAkiraに比例関係を前提とすることも確認している。

教師から「何倍だっけ？」といった発問をした際Akiraは「何倍だっけ？」といった同じ発言を繰り返す。さらに教師から「何倍？」としたときにAkiraは「0.3倍」と発言する。授業の導入では「400×1.3」の約束をしていたにもかかわらずこのような発言を行った。（＊図1について：実際には写真ではなく数直線の図を示す。）

そして、教師からその場合には「400×0.3」になってしまう指摘をした際、Akiraは「13、13は、1.3倍？」といった発言をした。改めて教師は、嵩（Ｌ）が1.3倍になるから重さもそれに比例して考えるように促

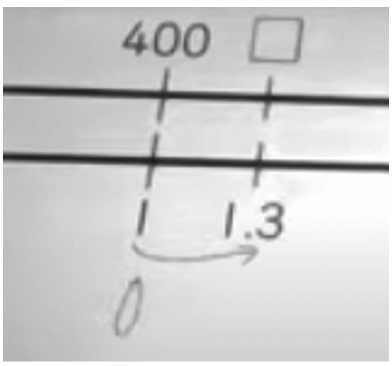

図1．0.3倍を意味する数値を書こうとしたAkira

し「400×1.3」といった確認をした。

次に純小数倍（0.6Ｌの場合）を考える活動である。Akiraはここでも演算決定にはあいまいさを残しつつも400×0.6として結果を求める活動を先に行った。その後改めて400×0.6になる理由について、数直線を用いて説明を促した。さらに帯小数倍と同様に比例関係を確認した。その時の教師とAkiraの発話記録が以下の通りである。

C　そこは0.4、えー、戻りました。えー。
T　戻りました。
C　えー、すみません。ちょっと待ってください。1m。
T　え？
C　1Ｌからして、
T　ここ？
C　0.4
T　戻りました。
T　これが0.4戻る、すごろくみたいだね。
T　それで、
C　それで、
T　あー
C　それだったら、400ｇも0.4戻す。
T　400ｇも0.4戻る。
C　0.4割る？　戻るか。
（＊図2について：実際には写真ではなく数直線の図を示す。）

教師は、「×0.6」であることを確認するために、再度整数倍や帯小数倍の確認をした。その後、Akiraは教師とのやり取りの中で、0.1Ｌ分の重さを求めその6つ分として求める図を描いていった。（＊図3について：実際には写真ではなく数直線の図を示す。）

Ⅴ．子どもの学習過程から考えられる必要な支援

1．整数倍における比例の学習

小数の乗法と除法の学習に入る前に整数倍における比例の学習を行った。この際、教師は教科書に示される数直線を使った説明を行ったが、Akiraの反応としては納得しながら活用しているようには伺うことができない。先行研究[15]での指摘もあるように、モデルを子ども自身に自己発達させる場面も入れながら学習を展開することが考えられる。そうすることで、子ども自身で抽象度を上げていきモデルが進展していくものと思われる。

2．小数の乗法導入期の学習

Akiraは実際「整数化」のアイディアと「下位単位（0.1あたり）」を決めて測定し直す場合、「整数化」のアイディアを好んでいた。第4学年[16]の小数×整数の学習時にどのように学習しているかであるが、同数累加の意味に基づいて被乗数を整数化する方法が示されている。小数倍の意味、例えば0.3倍とは0.1の3つ分として0.1の3倍といった意味に基づいた考えは表出されなかった。次の節で述べるがその考えが表出したのは第6時であった。

過去の教科書[17]を確認すると、Akiraの考えに近い記述の仕方もあり、整数化することは自然な思考だとも捉えることができる。ただ、繰り返すようだが小数倍の意味を前述した通りとするならば、整数

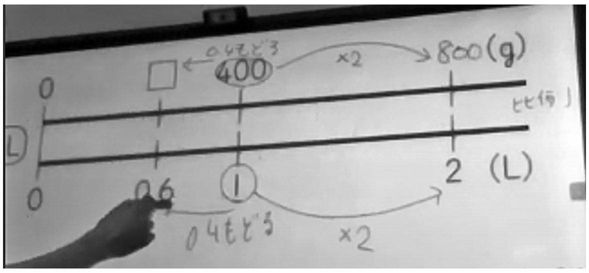

図2．0.4戻る説明をするAkira

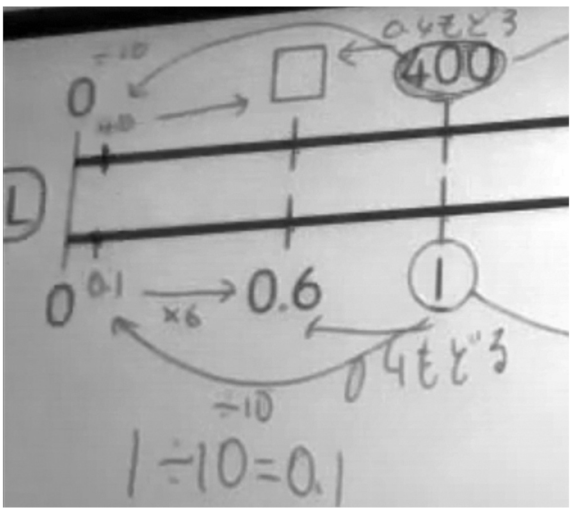

図3．0.1倍を求めてから6倍して求める方法を描くAkira

化して結果を求めることで留めておくことでは必ずしも十分ではないことが分かる。

3. 帯小数倍と純小数倍の学習

教師とAkiraは400×1.3や400×0.6であるだろうという確認のもと学習を進めていたことが分かる。しかしながら実際の授業の展開では、そのことが必ずしも理解に至っていないことが分かる。Akiraは、教師から数直線を使った説明を求められると困惑している様子が発話記録から分かる。例えば、1Lから1.3Lに「0.3倍」といった発言をする。これは、1.3から1を引いた数であることから、数直線上では乗除ではなく加減の認識が強かったものと思われる。

このことは、純小数倍の場面でも同じように捉えられる。1から0.6に0.4戻るといった発言はまさにそのとおりである。実際、数直線の指導は1年生の「数の線」として導入され、学年が進行するにつれて乗除の数量関係で使われていく。

Akiraの発言から分かることとして数直線を加減(加法方略)として捉え乗除として捉えにくいものと推察される。このようなAkiraの実態は、先行研究[15]が指摘する子ども自身によって、モデルを自己発達させる場面を入れながら、学習を展開することが求められるとも考えられる。一般的には、数直線図は乗除計算において学校数学の教科書でも採用されており、この図の使用が望ましいといった立場もある。しかしながら、この図に対して困難さを抱える児童には、自らモデルを進展できるような学習機会を保障することがあってもよいと考えられる。実際Akiraは数直線とは異なる図を自発的に描き、問題の状況をモデルに示す様子もノートの記録から確認できた。こうした「model of(～のモデル)」と「model for(～のためのモデル)」を意識した指導も検討していく必要性を見出すことができた。

Ⅵ. おわりに

本稿では、一人の子どもの学習の様子から、特に子どもの小数の乗法の捉え方に関して明らかにし、そうした子どもの支援の在り方を提案した。この中では子どもにとっての理解の困難な点、数直線利用に関する困難な点を挙げ、モデルの自己発達といった視点から検討の余地があることを述べてきた。

この学習を土台として割合(百分率)にもつながる重要な学習の一つであることから、今後もAkiraに焦点を当て、例えば0.6倍にあたる量を求める際に、「÷10して6倍」する考えから「×0.6」と瞬時に求められるためのプロセスに関しても調査していく。その場合、カプセル化(Pegg & Tall、2005)[18]や圧縮化(Sfard、1991)[19]といった視点の関連についても検討していく。

研究の限界として、対象児童1名であったことである。一般性を有するには限界があるため、今後研究の対象を広げ臨床的に研究していく。

謝辞

調査にあたりご協力いただきました大西優輝先生にお礼申し上げます。尚、本研究は松本大学研究助成の支援を受けて行われています。

注

注1 研究の協力依頼を行っている。学校長はじめ保護者、本人の承諾を得て行っている研究である。

文献

1) 佐藤茂太郎,「インフォーマルな知識を利用した割合指導の改善に関する研究」日本数学教育学会第11回春期研究大会論文集，377(2023).

2) 国立教育政策研究所，平成19年度全国学力・学習状況調査報告書小学校算数(2007).

3) 植阪友理,『数学的問題解決における図表活用の支援―理論と実践を結ぶ「REALアプローチ」の展開―』風間書房(2014).

4) 国立教育政策研究所，平成26年度全国学力・学習状況調査報告書小学校算数(2014).

5) 佐藤良一郎,『小学算術教育概論』培風館(1934).

6) 高橋久誠,「小数の乗法の概念形成に関する考察―インフォーマルな知識からフォーマルな知識への発展―」上越数学教育研究．第14号. 145-152(1999a).

7) 高橋久誠,「小数の乗法の概念形成に関する考察―インフォーマルな知識をもとにして―」日本数学教育学会第32回数学教育論文発表会論文集，275-280(1999b).

8) 高橋久誠,「小数の乗法の授業構成に関する考察―比例の考えをもとにして―」上越数学教育研究．第15号．ページ番号不明(2000).

9) Gravemeijer, K., Mediating between concrete and abstract. In T. Nunes & P. Bryant (Eds,), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (pp.315-345). East Sussex, UK: Psychology Press.(1997).

10) Treffers, A., Didactical background of a mathematics program for primary education. In L. Streefland (Ed), Realistic mathematics education in primary school (pp.21-56). Utrecht: Freudenthal Institute/CD-β Press (1991).

11) 中村享史,「乗除法の指導における数直線の教育的役割．新しい算数・数学教育の実践をめざして」(pp.87-95)東洋館出版社(1999).

12) 文部科学省,『小学校学習指導要領(平成29年告示)解説 算数編』文部科学省(2017).

13) 布川和彦,「問題解決過程の研究と学習過程の探求―学習過程臨床という視点に向けて―」日本数学教育学会誌、第87巻第4号. 22 - 34(2005).

14) 藤井斉亮他,『新編 新しい算数5上』東京書籍(2020).

15) Van Den Heuvel-Panhuizen M., The didactical use of models in realistic mathematics education: an example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics 54(1): 9-35.*(2003).

16) 藤井斉亮他,『新編 新しい算数4下』東京書籍(2020).

17) 塩野直道他,『5年上 算数』啓林館(1971).

18) Pegg, J.&Tall, D., The fundamental cycle of concept construction underlying various theoretical frameworks. ZDM, 37 (6) 468-475 (2005).

19) Sfard, A., On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. EducationalStudies in Mathematics, 22, 1-36 (1991).