

論文

小学校第4学年算数教科書におけるわり算の筆算の説明の特徴

佐藤 茂太郎

Characteristics of the Division Algorithms Described in Japanese Fourth-Grade
Mathematics Textbooks

SATO Shigetaro

要 旨

本研究の目的は、小学校第4学年算数科の教科書におけるわり算の筆算の仕方の説明は、どのような特徴を有しているか明らかにすることである。この目的を達成するために、先行研究で明らかになっている、わり算の筆算における指導で重視する考え方や、筆算の歴史的考察から見出した分析枠組みを用いて特徴を明らかにした。その結果、説明の要素に、十進位取り記数法を生かして作られた筆算について理解させるため、「十の位」や「一の位」といった文言が含まれていること、位を意識したり数の相対的な見方を意識させたりするような記述がなされていることが明らかになった。今後の課題として、諸外国の筆算指導との比較を行い、特徴を見出していくこととした。

キーワード

説明 教科書分析 わり算の筆算の仕方

目 次

- I. 研究の意図
- II. 研究の目的
- III. 分析の対象と方法
- IV. 分析結果及び議論
- V. 結論と今後の課題

文献

I. 研究の意図

1. 学校数学の教科書における説明に着目する理由

学校数学で使用される教科書についての研究は、国際的な数学教育学研究の組織において、広く認知されるようになってきている(例えば、Fan, 2013¹⁾; Jones & Fujita, 2013²⁾; Fujita & Jones, 2014³⁾; Valverde, G. A et al, 2002⁴⁾; 早田, 2014⁵⁾; Sato, 2019⁶⁾)。このことに関わって Valverde, G. A et al (2002)⁴⁾は、図1を示し説明している。

この図1は、大枠として3つのカリキュラムを設定している。それは、意図したカリキュラム、実施したカリキュラム、達成したカリキュラムである。教科書等については、このうち、意図したカリキュラムと実施したカリキュラムの間に位置付く。それを、潜在的に実施したカリキュラムとして位置付けている。このことも鑑み、教科書は、カリキュラムと密接な関係にあることがわかる。これらのことから、教科書という教材を分析したり改善していったりする研究は、カリキュラム全体の改善につながる可能性があり意義あるものだととらえることができる(例えば、Valverde, G. A et al. 2002)⁴⁾。

次に、本研究では、学校数学で使用される教科書

の説明に限定して特徴を分析していく。その理由として、わが国では、教育活動において説明する力の育成が求められているからである。また、全国学力学習状況調査の結果が望ましい状況ではないからである。さらに、数学教育研究において「説明」についての研究の必要性が指摘されているからである(例えば、Kondo, 2017⁷⁾; 溝口, 2012⁸⁾)。

2. わり算の筆算の仕方の説明に着目する理由

本研究では、第4学年わり算の筆算の仕方の説明について焦点をあてて分析をしていく。その理由について述べていく。

1) 先行研究との相対化

わり算の筆算に関わる先行研究について述べていく。佐々木(2006)⁹⁾は、わり算の筆算の指導過程を分析し、わが国の指導は行動主義的指導が支配されていることを述べ、構成主義的な指導に注目すべきであると述べている。この中には、「わが国の指導では、ほとんどの時間がこの手続きの習得と練習に費やされている。」ことも述べられており、わが国の筆算指導の問題点も挙げている。また、清野ら(2008)¹⁰⁾は、RMEの理論をもとに枠組みを構築し、わり算の筆算の創造に焦点を当てた研究を実践して

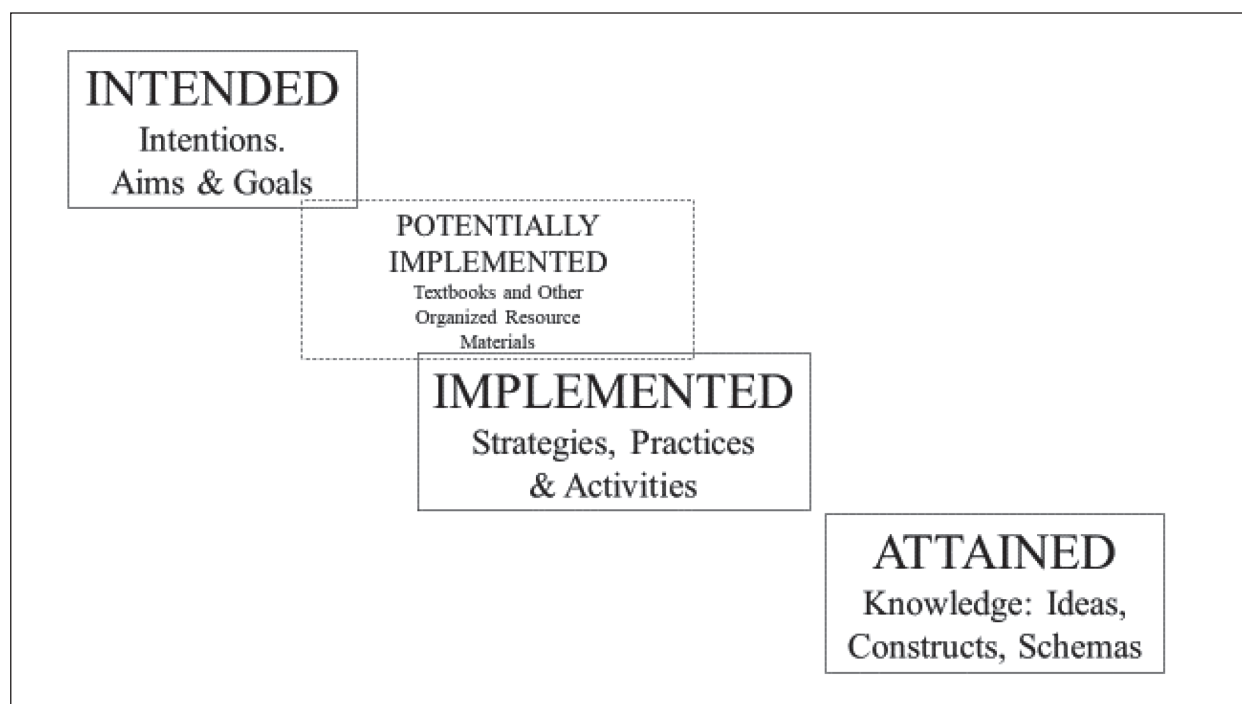


図1. 教科書と3つのカリキュラムのモデル(Valverde, G. A et al. 2002, Chapter 1, Section 5)⁴⁾

いる。これらの共通点として、児童らが自ら筆算を創造するという点について重視していることがわかる。

海外に目を向けると、わり算の筆算に関し、Lampert(1992)¹¹⁾は、「カリキュラムと指導を改革したい数学教育者は、現在教えられているようなわり算の筆算(長除法)は、数学的な創造性とはほぼ関係なく、子どものアイディアの流れの妨げになるかもしれないことに賛同する。わり算の筆算(長除法)のアルゴリズムを教えることは、小学校の算数の授業では、手順を覚えることに重点を置いていることが見当違いであることの事例としてよく使われている。この点については、理解とは反対のことでありと考えられている。教育者や数学者は、学校のカリキュラムを支配しているアルゴリズムに従った手順は、児童生徒や教師の注意をより本質的な数学的な考えから遠ざけている」と主張している。Lampert(1992)¹¹⁾の主張についても、先ほど挙げた2例と同様に、アルゴリズムにしたがって計算技能を身に付けることにだけに執着すべきではないと解釈できる。

さて、これらは、わり算の筆算における具体的な実践を通して分析されているものの、学校数学で使用される教科書の記述分析については扱っていない。先行研究との相対化を図り、本研究では、多くの教師によって活用されている、わり算の筆算の説明に関する教科書の説明に焦点を当てて分析していく。

2)わり算の筆算に関わる歴史的考察

一般に、わり算の筆算の形式は、アルゴリズムにしたがって解決することができる優れた方法である。これらは、十進位取り記数法を生み出した先人の知恵が詰まっている道具としてとらえることもできる。ただし、現在のわが国で広く教えられる形式は、歴史的には必ずしも一般的ではないことがいえる。ここでは、十進位取り記数法をうまく活用したことを示すために、中世のヨーロッパで用いられていた方法と、明治期におけるわが国のわり算の筆算の方法について述べていく。図2から説明していく。

この図2は、16世紀のヨーロッパで用いられていた抹消法及びガレー法と呼ばれている方法である。この方法の説明をしておく。このわり算は「 $311026837444 \div 6543218 = 47534$ 剰余 1523032 」を表している。被除数を中央に位置付ける。次に、除数を被除数の下側に示す。ここでは、位をそろえて上

位から計算することがわかる。また、商は被除数の右側に示す。以下にその過程を図3から図7に示しておく。

この方法も、十進位取り記数法をうまく活用して計算されていることがわかる。抹消法とも称されるこの方法は、計算した箇所は次々に抹消し被除数の上に積み上げている。また、除数は下部に示していることがわかる。剰余は、被除数の斜線が付けれられていない箇所である。

現在のわが国で用いられる筆算形式は、乗算した結果の減数を示す長除法を広く用いている。しかし、ガレー法は、減数は表示していない。このため、初学者にとっては解読することは困難であると推測できる。先人は、彼らが生み出した十進位取り記数法を巧みに活用していることがわかる。

次に、わが国の筆算形式の指導について洋算として伝わってきた明治期の筆算形式を説明していく。図8の甲式、乙式、丙式、丁式、4つの形式における当時の藤澤(1895)¹³⁾の主張に注目する。

藤澤(1895)¹³⁾は次のように述べている。

割り算の方式二次キノ四様アリ、丙式、丁式ノ排斥スヘキハ無論ナリ、甲式、乙式、イヅレヲ採ルベキ乎ニ至ツテハ著者ハ實ニ迷ヘリ(中略)著者ハ甲式ヲ採ルニ躊躇セザルベシ

(藤澤, 1895, pp.176-177)¹³⁾

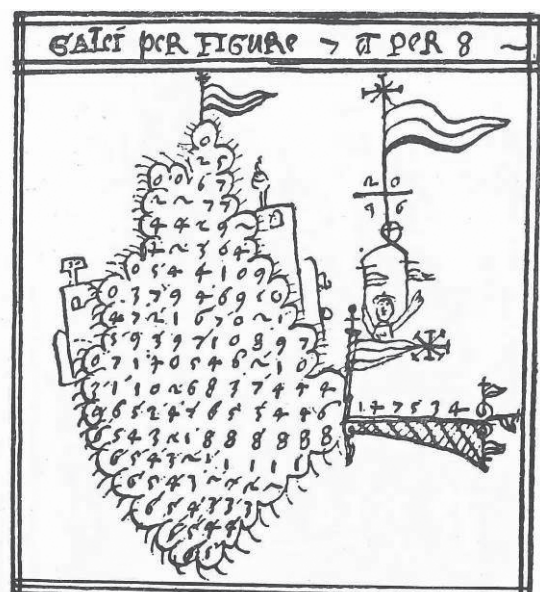


図2. ガレー法 (ボイヤー, 1984, p.140)¹²⁾

以上のことから、現在広く指導されるわが国の筆算形式は、当時は扱われていなかったことがわかる。当時の一般的な方法は甲式である。商を被除数の各位の上を書く方法が一般的になったことはその後であった。現在広く用いられている、商を示す位置について被除数の上側に示している点は、十進位取り記数法のよさを活用しているといえる。

加えて、わり算の筆算独特の形式についても言及する。児童は、第2学年から筆算を学習してきている。加法、減法、そして第3学年では、乗法についても学習済みである。加法、減法、乗法の筆算に共通している点として、筆算の形式である。例えば、 $35 +$

78 、 $35 - 78$ 、 35×78 の形式は、演算記号は異なるものの共通しているといえる。

現在、除法の筆算形式は図9のように一般的には表現しない。ただし、後海(1964)¹⁴⁾によると、明治期初期において $18 \div 9$ や $27 \div 9$ といった特殊な場合には、この形式を採用している。また、児童の既習事項を活用した実践として佐藤(2020)¹⁵⁾は、この形式を取り入れて実践提案している。

このように歴史的に見ても、十進位取り記数法を生み出した先人が工夫をしながらアルゴリズムによる優れた方法を開発していったことがわかる。この優れた方法のプロダクト(所産)を指導するか、それ

$$\begin{array}{r} 3 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 2 \quad 6 \quad 8 \quad 3 \quad 7 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \\ \hline 6 \quad 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 8 \end{array}$$

図3. ガレー法-1 ($311026837444 \div 6543218 = 47534$ 剰余1523032)

$$\begin{array}{r} 4 \quad 2 \\ \cancel{5} \quad \quad \cancel{3} \quad 9 \quad \quad 1 \\ \cancel{7} \quad 9 \quad \cancel{4} \quad \cancel{0} \quad 8 \quad \cancel{4} \quad 1 \\ \cancel{3} \quad \cancel{1} \quad \cancel{1} \quad \cancel{0} \quad \cancel{2} \quad \cancel{6} \quad \cancel{8} \quad \cancel{3} \quad 7 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad | \quad 4 \\ \hline \cancel{6} \quad \cancel{5} \quad \cancel{4} \quad \cancel{3} \quad \cancel{2} \quad \cancel{1} \quad \cancel{8} \end{array}$$

図4. ガレー法-2 ($311026837444 \div 6543218 = 47534$ 剰余1523032)

$$\begin{array}{r} 4 \\ \cancel{5} \quad \quad \quad 5 \\ \cancel{7} \quad 9 \quad \quad \cancel{6} \\ \cancel{4} \quad 3 \quad \cancel{2} \quad \cancel{1} \quad 5 \quad \cancel{7} \quad 9 \\ \cancel{5} \quad \cancel{7} \quad \cancel{3} \quad \cancel{9} \quad \cancel{7} \quad \cancel{1} \quad \cancel{4} \\ \cancel{7} \quad 9 \quad \cancel{4} \quad \cancel{0} \quad 8 \quad \cancel{4} \quad 1 \quad 1 \\ \cancel{3} \quad \cancel{1} \quad \cancel{1} \quad \cancel{0} \quad \cancel{2} \quad \cancel{6} \quad \cancel{8} \quad \cancel{3} \quad \cancel{7} \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad | \quad 47 \\ \hline \cancel{6} \quad \cancel{5} \quad \cancel{4} \quad \cancel{3} \quad \cancel{2} \quad \cancel{1} \quad \cancel{8} \quad \cancel{8} \\ \quad \quad \cancel{6} \quad \cancel{5} \quad \cancel{4} \quad \cancel{3} \quad \cancel{2} \quad \cancel{1} \end{array}$$

図5. ガレー法-3 ($311026837444 \div 6543218 = 47534$ 剰余1523032)

とも方法を見出すプロセスを重視して指導するかといった場合、前述した先行研究からも鑑み本研究では、プロセスを重視する立場で教科書を分析していく。

それは、一般的な筆算指導(計算指導)の指導の問題として、アルゴリズムばかりを強調した指導になり、計算技能を中心に指導してしまうことへの懸念があるからである(例えば、松山, 2012)¹⁶⁾。そうした指導の結果として、除数が2位数になった場合や、商に空位がある計算についてのミスコンセプションが見受けられることがあるからである。

さらに、黒崎(1997)は、除法の筆算の視座として次のように述べている。「十進位取り記数法の仕組みの理解を深めたり、数の相対的な見方を深めたりして整数の数概念の理解を深める(数概念)、十進位取り記数法の考えを伸ばす(考え方)」¹⁷⁾である。本研究はこのような視座による枠組みを構築し、学校数学の教科書におけるわり算の筆算の説明がどのように特徴付けられているか分析することにする。

(甲) $\begin{array}{r} \text{法) 實 (商} \\ \hline \text{剰余} \end{array}$	(乙) $\begin{array}{r l} \text{實} & \text{法} \\ \hline \text{剰余} & \text{商} \end{array}$
(丙) $\begin{array}{l l} \text{法} & \text{實} \\ \hline \text{商} & \text{剰余} \end{array}$	(丁) $\begin{array}{r} \text{商} \\ \hline \text{法) 實} \\ \hline \text{剰余} \end{array}$

図8. わり算の筆算における4つの形式(藤澤, 1895, p.176)¹³⁾

$$\begin{array}{r} 27 \\ \div 3 \\ \hline \end{array}$$

図9. 明治初期の筆算(後海, 1964, p.68)¹⁴⁾

II. 研究の目的

これまで述べてきた理由を踏まえ、本研究では次の問いに答えることを目的とする。それは、小学校第4学年算数教科書の教科書におけるわり算の筆算の仕方の説明は、どのような特徴を有しているか明らかにすることである。

III. 分析の対象と方法

1. 分析の対象

本研究の分析対象は、小学校第4学年算数教科書の教科書におけるわり算の筆算の個別具体(72÷3)の事象の説明、そして、本研究では、筆算の説明がなされている箇所限定する。

一方で、わり算の筆算の説明における類総称的な内容も分析する。この場合には、分析対象を筆算の説明が扱われているページを対象とする。出版社によっては1ページで収めていたり2ページにまたがっていたりする場合もあるので統一性といった観点にはそぐわないが、その点については各社の扱いに依存するため若干違いが生じる。

そして、わが国では6つの出版社(A社¹⁸⁾、B社¹⁹⁾、C社²⁰⁾、D社²¹⁾、E社²²⁾、F社²³⁾)を使用していることから、6つの出版社の該当箇所を分析対象とする。また、出版年は2020年版を採用する。つまり、現在使用されている共時的分析とする。この理由として、6つの出版社の共通点や相違点を明らかにすることで、今後の教科書デザインに活かしていける可能性があること、また、それらを明らかにすることで実際の指導(実施するカリキュラム)にも役立つ可能性があるからである。

2. 分析の方法

個別具体の事象である72÷3の筆算の説明は、I章で述べてきたことを踏まえ以下の図10におけるa～kまでの説明になる。筆算は十進位取り記数法によさを活かした計算方法である。そして、この事例における説明の構成要素として、十進位取り記数法の説明を含んだ形で説明がなされているか教科書に示される説明を分析する。この図10が個別具体を分

析するための枠組み(分析枠組みⅠ)である。

この枠組みを用いる理由として、学校数学で使用される教科書は、規範的な内容になっているからである。このことから筆算は十進位取り記数法の原理にしたがってつくられたものである。位取りの考えについての理由や根拠を説明の中に含まれていると推測できるからである。

次に、分析枠組みⅡについて述べていく。枠組みⅠは、個別具体(72÷3に特化)の内容だったことに対して、枠組みⅡは、一般的な場合(類総称的)におけるわり算の筆算の説明のために必要な要素だととらえた。

例えば、加減乗除の筆算のうちわり算の筆算だけが、上位から計算する特殊な場合である。もちろん、加減乗の筆算をつくり上げる過程においては、上位から指導することがなされていることが想定されるが、アルゴリズムにしたがって計算する場合には、下位から計算する。除法の筆算形式では、なぜ上位から計算するのかといった説明が必要な要素となると考えた。また、一般に「たてる、かける、ひく、おろす」といったアルゴリズムにおいて、「減法(ひく)」する際、「-」という演算記号は省略している。この理由についても説明する必要があるととらえた。それは、初学者には「なぜ」といった理由の説明が必要だからである。形式的に教えるだけでなくその理由を説明として入れることが望ましいととらえた。次に、検算の説明も必要であるととらえた。商や剰余が導き出されたらそこで計算が終了ではなく、結

a	十の位の7を3でわる	$\begin{array}{r} 24 \\ 3 \overline{) 72} \\ \underline{6} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$
b	商の2を十の位にたてる	
c	3と十の位の2をかける	
d	6は十の位にかく	
e	十の位の7から6をひく	
f	1は十の位にかく	
g	一の位の2をおろす	
h	12を3でわる	
i	商の4を一の位にたてる	
j	3と4をかける	
k	12から12をひいて0	

図10. 分析枠組みⅠ(72÷3の説明の要素及び筆算形式)

果が正しいか吟味することが大切であることから枠組みに加えることにした。それが以下の図11分析枠組みⅡである。

以上の分析枠組みⅠと分析枠組みⅡをもとに教科書の説明の記述を分析していく。その際、記述されている、されていないかの判定基準は次のように行う。分析枠組みの内容と解釈できる範囲であれば、一字一句同様でない場合についても記述できていると判定する。例えば、「十の位の7」という記述では、「10の東が7」や「10が7個」や「10を基にすると7」といった数の相対的な見方についての言及も、この場合記述できていると判定する。つまり、意味が同様であるときには記述できていると判定する。

IV. 分析結果及び議論

1. 分析結果

各教科書出版社の結果は以下の表1、表2の通りである。記述がある場合は記号「1」、記述がない場合は記号「0」で判定している。

結果は次の通りである。個別具体の説明と類総称的の説明の順で合計数を括弧内に示す。A社は(8、2)、B社は(3、1)、C社は(7、0)、D社は(3、2)、E社は(7、1)、F社は(2、2)である。

2. 議論

1) 十進位取り記数法

ここでは、わり算の筆算における学習を通して、十進位取り記数法の理解という立場でとらえた場合で考えていく。このことに関わる説明の要素は、分析枠組みⅠであるのでこの結果を中心に考察していく。

- i 上位から計算
- ii 「-」記号の省略
- iii 検算

図11. 分析枠組みⅡ(類総称的)

まず、F社の要素の数が少ない理由から考えていく。この出版社は、十の位の計算の説明については、2か所判定している。しかし、一の位の説明に進んでからは、「一の位の計算も、たてる、かける、ひくをくり返す。」²³⁾といった説明が示されている。これは、十の位の説明までの計算と同じことを繰り返すことを指示している。このことについて、学習者自身でアルゴリズムのよさを感じ得ることをねらっているものと推測できる。

次にB社は、筆算形式については、アルゴリズムのよさを中心に説明しているものの、筆算の説明直前の記述では、具体的な問題場面と計算の仕方を結び付けている。このことは、学習者自身で筆算について学ぼうとしたときに、情報量が多いことによる弊害があることを推測して配慮していることがうかがえる。したがって、できるだけ筆算の説明では情報量を最小限に抑えているものだととらえられる。というのも、同ページの別箇所「考え方」として図12を位置付けている。「60………20×3」や「12………4×3」の説明が含まれていることから、筆算の意味理解を意図的に示していることもうかがえる。

つまり、単にアルゴリズムにしたがって解決することだけを意図していないと推測できる。

次に、6社比較した中で、なぜA社は、十進位取り記数法に関わる記述が多く含まれているか検討していく。それは、筆算を創造するという立場で考えていることがうかがえる。Lampert(1992)¹¹⁾が述べているように、アルゴリズムにしたがって手順中心

$$\begin{array}{r}
 24 \\
 3 \overline{)72} \\
 \underline{60} \dots\dots\dots 20 \times 3 \\
 12 \\
 \underline{12} \dots\dots\dots 4 \times 3 \\
 0
 \end{array}$$

図12. わり算の筆算(清水他, 2020, p.41)¹⁹⁾

表1 学校数学の教科書におけるわり算の筆算の導入場面における説明の分析結果(個別具体)

	A社	B社	C社	D社	E社	F社
個別具体 (72 ÷ 3 筆算の説明)	a	1	0	1	0	0
	b	1	0	1	0	1
	c	0	0	0	0	0
	d	1	0	0	0	1
	e	0	0	0	0	0
	f	0	0	0	0	0
	g	1	0	1	0	1
	h	1	1	1	1	1
	i	1	0	1	0	1
	j	1	1	1	1	1
	k	1	1	1	1	1
	計	8	3	7	3	7

表2 学校数学の教科書におけるわり算の筆算の導入場面における説明の分析結果(類総称的)

	A社	B社	C社	D社	E社	F社
類総称的	i	1	1	0	1	1
	ii	0	0	0	0	0
	iii	1	0	0	1	0
	計	2	1	0	2	1

に取り組ませることにより、本質的な数学的な考えから遠ざけてしまうことを懸念しているのではないかとらえることができる。このことに関連して、伊藤(2012)²⁴⁾は、わり算の筆算について次のように述べている。

これまでの社会の変化は著しく、それに伴って算数教育も多くの点で進歩を遂げてきた。しかし、中には長年の伝統の陰に隠れて改革から取り残されてきた内容があるのではないかと気がかりである。例えば、筆算の技能-4年のわり算の筆算など-はその一例と言えそうである。形式的な手続きを教え込み、計算技能として習熟させることは必要か。誰にも使われていない、化石と化した技能を子どもに課すことで、どれ程の効果が期待できるか。

(伊藤、2012、p.30)²⁴⁾

このように懸念していることから、指導を改善していこうとする教科書ライターの意図がうかがえる。

最後に、F社には、なぜ「-」記号の省略に関わる説明が含まれているかについて検討する。その説明について解釈できることが、筆算の説明ページに示される図13である。これは「-」記号を含めて説明している。また、商の示し方や乗算した結果を省略せずに示している。いわゆる非形式的な筆算を示しているのである。これは、洗練された筆算形式との相対化を図り、省略するプロセスを実際の指導に活かすことを意図している可能性がある。この非形式的なわり算の筆算は、A社、D社にも示され、解決するまでのプロセスを大切にしていることがうかがえる。

教科書の紙面は、児童が自分で解読することも含めて編集されている。そのため、どの出版社も児童の認知的な解釈も鑑みてデザインしていることが推測される。したがって、全ての説明を詳細に示すことは避けているようにとらえることができる。詳細な説明まで示すことができない分、実際の指導の中では教師によるサポートが必要になるととらえることができる。

V. 結論と今後の課題

本研究では、小学校第4学年算数科の教科書にお

ける、わり算の筆算の仕方の説明は、どのような特徴を有しているか明らかにすることを目的としてきた。

結論として、学校数学で使用される教科書の特徴は次の通りである。

- ・説明の要素に、十進位取り記数法を生かして作られた筆算について理解させるため、「十の位」や「一の位」といった文言が含まれていること。
- ・位を意識したり数の相対的な見方を意識させたりするような記述がなされていること。
- ・除法の筆算は、上位から計算することを明示していること。
- ・「-」という記号を省略することを示唆していること。
- ・計算結果の確かめ、いわゆる「検算」を明示していること。

これらは、分析枠組みを用いた結果明らかになったことである。ただし、前述したように、すべての教科書出版社が同じようには扱っていない。デザインの意図というものについては、推測の範囲を超えないが、示されている記述から特徴を見出すことができた。

さらに、上記以外にも次のことを見出された。それは、どの出版社も、具体的な問題場面(等分除)から入り、計算の仕方と筆算の仕方を結び付けるように説明されていることである。また、B社だけは、この筆算の仕方を説明する箇所にQRコードが位置付けられており、実際にオープンすると、音声付き

$$\begin{array}{r}
 4 \\
 20 \quad \rangle 24 \\
 \hline
 3 \overline{) 72} \\
 \underline{- 60} \\
 12 \\
 \underline{- 12} \\
 0
 \end{array}$$

図13. 72÷3の筆算(坪田他, 2020, p.28)

の説明が動画で編集されている。今後、さらにデジタル化が進んでいく際に、どのように活かしていくか、あるいは動画内容については検討していく必要があると思われる。

今後の課題としては、デジタル教科書の特徴及びデジタル教科書とフィジカル(ペーパー)の教科書における特徴を比較することである。また、教科書を実際に使用する児童のアイトラッカーを分析していくことも検討する必要がある。つまり、教科書の説明を読む児童のアイトラッカーを調査し、学力上位相、中位相、下位層で異なる反応であるか、あるいはそれらの各層とアイトラッカーの時間には相関関係があるかなど研究を進めていく必要がある。

さらに、諸外国で使用される学校数学の教科書との比較をして研究の幅を広げていく。例えば、アメリカで使用される教科書²⁵⁾のわり算の筆算の導入期は、図14が示されており、わが国の筆算指導に活かされる可能性がある内容が含まれていると推測できるからである。

図14. アメリカの教科書に見られるわり算の筆算 (Houghton Mifflin, 2015, p.241)²⁵⁾

文献

- 1) Fan, L. Textbook research as scientific research: Towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM Mathematics Education*, 45(5), 765-777(2013).
- 2) Jones K. & Fujita, T. Interpretations of National Curricula: the case of geometry in textbooks from England and Japan. *ZDM Mathematics Education*, Volume 45, Issue 5, 671-683(2013).
- 3) Fujita, T. & Jones, K. Reasoning-and-proving in school mathematics textbook in Japan. *International Journal of Educational Research*, 64, 81-91(2014).
- 4) Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., & Houang, R.T. *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks* [Kindle version](2002).
- 5) 早田透, 「特殊と一般」が記述された算数教科書の改善に関する基礎的研究—「数の本」とわが国の教科書の比較を通じた課題の道程—, 中研紀要「教科書フォーラム」12, pp.33-43(2014).
- 6) Sato, Shigetaro. Analyzing math textbooks in elementary school mathematics in Japan: Focusing on the explanations of multiplication of decimal numbers. *ICMT 3 Proceedings of the Third international conference on mathematics textbook research and development*, 383-384(2019).
- 7) Kondo, Y. Characteristics of students' explanations in elementary school: Which triangle is larger?. *PME41 Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 227(2017).
- 8) 溝口達也, 「論証指導」の基盤としての「説明の指導」: 研究ノート. 鳥取大学数学教育研究15(3) 1-9.(2012).
- 9) 佐々木徹郎, 「わり算の筆算指導の構成主義的改善」『全国数学教育学会誌 数学教育学研究第12巻』, pp.13-21(2006).
- 10) 清野辰彦, 大野桂, 越後佳宏, 「小学校算数科における数学化を重視した学習指導に関する研究 わり算の筆算の創造に焦点をあてて」『日本数学教育学会誌90(4)』, pp.22-32(2008).
- 11) Lampert, M. Teaching and learning long division for understanding in school. In G. Leinhardt, R. Putnam & R. Hattrop (Eds.) , *Analysis of Arithmetic for Mathematics Teaching*, Lawrence Erlbaum Associates, Publishers(1992).
- 12) ボイヤー(加賀美鐵雄, 浦野由有訳), 『数学の歴史2 ギリシャ後期から中世ヨーロッパまで』

- 朝倉書院(1984).
- 13) 藤澤利喜太郎, 『算術条目及び教授法』(1895), <https://dl.ndl.go.jp/info:ndljp/pid/811540> (閲覧日2020.8.29)
 - 14) 海後宗臣, 『日本教科書大系 近代編 第十卷 算数(一)』講談社(1964).
 - 15) 佐藤茂太郎, 「わり算の筆算」『新しい算数研究 2月号』no.589, pp.178-183(2020).
 - 16) 松山武士, 「わり算の筆算(1) 筆算を創るプロセスを大事に」『新しい算数研究5月号』no.496, p.59(2012).
 - 17) 黒崎東洋郎, 「算数科「筆算の指導内容」の厳選についての考察」『パピルス(岡山大学算数・数学教育学会誌)』pp.7-12(1997).
 - 18) 藤井齊亮他, 『新しい算数4①』東京書籍株式会社(2020).
 - 19) 清水静海他, 『わくわく算数4①』株式会社振興出版社啓林館(2020).
 - 20) 橋本吉彦他, 『たのしい算数4年』大日本図書株式会社(2020).
 - 21) 小山正孝他, 『小学算数4①』日本文教出版株式会社(2020).
 - 22) 一松信他, 『みんなと学ぶ小学校算数4年①』学校図書株式会社(2020).
 - 23) 坪田耕三他, 『小学算数4①』教育出版株式会社(2020).
 - 24) 伊藤説朗, 「筆算を見直そう 500号を振り返って」『新しい算数研究9月号』no.500, p.30(2012).
 - 25) Houghton Mifflin Harcourt. 『GO MATH! Grade 4 Vol. 1』Houghton Mifflin School. (2015).