

教育実践報告

何のための算数か

—「算数科概論」授業実践を通して—

増田 吉史

Arithmetics and the Search for Knowledge:
A Practice Report on the "Introduction to Arithmetics" Course

MASUDA Yoshifumi

要 旨

「算数科概論」の授業を記録する。研究論文形式にこだわらず、主題名通りに授業記録とし実践に重点を置いた。松本大学教育学部はこの春(2017年)4月に立ち上がったばかりであり、算数科概論は学生たちにとって大学生最初の授業である。授業開始前には、多くの学生が小学校の頃から算数が苦手だったとしている。原因に、大人たちは子供が算数で迷ったり間違えたり困った表情をすると、問題のレベルを落とし具体場面や具体物を持ち出し『わかりやすく』教えたがり、せっかく子供が具体から離れ抽象的に思考を始めているのに意欲を失わせている現状がある。15回の授業を通し算数科の授業の基礎を明らかにし、授業の最終回には多くの学生が、自分の算数・数学に対する考えが変わったというように、学生自身の学ぶ意欲を高めていった経過を実践記録的にまとめておく。

キーワード

算数科概論 いかにして問題をとくか 何のための数学か 小学校学習指導要領算数科解説

目 次

I. はじめに

II. 授業内容

III. まとめ

文献

I. はじめに

松本大学教育学部は2017年4月に立ち上がった。算数科概論は1年生前期必修科目である。授業途中の中間授業評価(自由記述)で多くの学生が小学校の頃から算数が苦手だったと述懐している。原因の一つに、多くの教師や親たちは、子供が算数で迷ったり間違えたり困った表情をすると、問題のレベルを落とし具体場面や具体物を持ち出し『わかりやすく』教えたがる。せつかく子供が抽象的に思考を始めているのにである。

このことについて、Gポリアは「教師の大切な仕事は学生を助けるということである。この仕事は余りやさしいことではなく、それには時間と労力が必要であり、熱意と健全な指導原理が必要である。」¹⁾としている。

またモーリス・クラインは「数学が次第に抽象的思考の領域に入り込んで行く様子はまことに印象的である。数学はその上で具体的事実の分析という役割を果たすために、地上にもどって来る。……ここに、具体的なものを攻略するための武器が極度に抽象的であるという、パラドックスがある。」²⁾としている。

算数科概論の授業を構成するにあたり、重視したのは算数科の基本的なとらえである。このことについては、丁寧に「小学校学習指導要領解説算数科編」³⁾を読み込ませた。この理念が学生指導の根本になり大切である。

この教科科目のあり方を実践分析として研究課題にしていくことは意味があり必要であるが、今回は学生の受け止めに重視し、算数科指導に限定せず、学生の4年間の成長とその支援のあり方に力点を置き、授業を振り返っておく。このことは実践に基づいた研究に発展していく基盤にもなりえると考える。

学生たちは、授業最後の最終授業評価での増田が独自に設定した自由記述で、「最初この授業に対して抵抗がありましたが、ふたを開けてみると、よく

考えればわかる問題や、論理的思考で解く問題など、難しいがおもしろい問題が多く、自分の数学に対する考えが少し変わりました」と語っている。

II. 授業内容

1. 「何のための数学か」²⁾ より

「何のための数学か」は松本大学1年生の必修科目「算数科概論」のシラバスに参考図書として推薦してある。この巻末に訳者である雨宮一郎氏のあとがきがある。その一節が印象深い。少し長くなるが以下に引用する。

「ただ一つ注意すべきことは、現在の日本語の数学という言葉が、慣用語でありながら、本質的な意味を指示する機能を失っていることである。数学という語で多くの人が思い浮かべるのは学校の授業だけであり、『何のためにこんなことを習うのか』という不平のつぶやきをひそかにもらす人はあっても、何のためかを納得いくまで見きわめようとする人はほとんどいない。その結果、数学とは何かという理解は、何のためかわからないままになされて学習の表面的な徴表に留まり、数学は記号操作の体系と考えてしまうのである。」²⁾

このことは「算数」も全く同様である。何のための算数なのか。何のために我々はこれから小学校の子供たちに算数を教えようとしているのか。「算数科概論」の最初の問いである。時間割に位置付いているからとか、学習指導要領で指定されているからという回答は求めている。多くの学生は、日常生活で必要だから、買い物時に計算が必要だから、体積を知りたいときに必要だからと答える。本当だろうか。大学生になって最近、筆算をしたのはいつだろうか。買い物はレジ係の人がバーコードに光線を当てて、ピッ、ピッとやってくれるし、計算なんかしていない。体積はおろか、長さの計算すらしていないはずである。

2. 「いかにして問題をとくか」¹⁾ より

「いかにして問題をとくか」は、数学教師を目指す者たちの必読書として隠れたベストセラーと呼ばれ続けている。松本大学1年生の必修科目「算数科概論」の教科書としてシラバスで指定している。この冒頭のポリアの言葉が印象的である。これも少し長くなるが以下に「はしがき」から引用する。

「読者が解こうとしている問題はそれがささやかなものであっても、もしもそれが読者の好奇心をそそり、眠っている発明の才能を目覚めさせるものであれば、又もし読者が自分の力で首尾よくそれを解きえたならば、それは異常な緊張と発明のよろこびをもたらすであろう。若くして感じやすい年頃にそのような経験をしておくことは精神的な仕事に対する興味を湧立たせ、生涯にわたって心のうちに深い印象を残すことになるであろう。このようなわけで数学の教師はこの上ない機会に恵まれている。もし彼がきまりやり方で詰め込もうとするならば、それは学生の興味を失わせ、彼らの智能の発達を鈍らせてしまい、せつかくの機会を取り逃がすことであろう。(中略)大学の課程において数学を学ぶ学生もまたこの上ない機会に恵まれている。しかし彼が数学を単に資格を得るために学ぼうと思ったり、試験が済んだらば出来るだけ早く忘れてしまおうと思ったりしては、その機会を失ってしまうことはもちろんである。」¹⁾

確かに、小学校現場で教師たちは、または家庭で子供の勉強を手助けしようとする親たちは、子供たちが少しでも迷ったり、間違えたり、困った表情をすると、すぐに問題の質を落とし、具体場面や具体物を持って『わかりやすく』と教えたがる。かえって子供たちの意欲を失わせ、せつかく具体から離れ抽象的に思考しようとしている意欲をそいでしまっ、算数嫌いを生み出している。

3. 学生の授業後の感想から

まず授業後の学生たちの感想(授業評価)を見ておきたい。学生の感想が重要な多くのことを語っているからである。現状の算数科指導の問題点を如実に語っている。

●学生A: 数学が本当に嫌いで、小学校の先生になるには採用試験で数学があるから、数学はやりたくないために中学、高校教諭を目指して、大学もそういったところを選びました。それでも落ちてしまい、この大学に来ることになりました。でもこの授業で、算数・数学に対するイメージが変わり、勉強しようと思えるようになりました。前期の授業、本当にありがとうございました。

●学生B: 楽しい授業をありがとうございました。私は小学校の頃から算数が苦手で、算数科概論という名前にビビっていました。でも全然算数っぽいことをしないで、楽しく頭を使う問題ばかりだったので、次第に抵抗がなくなっていました。算数は相変わらず苦手だけど、少しだけ好きになりました。

●学生C: 算数・数学は苦手なので、不安がいっぱいでしたが、楽しく講義を受けることが出来ました。実践が多く、座学ではなかったことが大きいと思います。遊び感覚でやっていたことが実は算数的だったり、きちんと勉強になっていたりと、このような授業作りが出来たらよいなあと、とても思いました。算数に対する気持ちが前向きになったのは、この講義のおかげです。

●学生D: 私は算数・数学がどちらかという好きではありませんでした。しかし、増田先生の授業は今までのものとは違い、楽しく授業に取り組むことが出来ました。

●学生E: 私は小学校の頃、算数がとても苦手で、数学も特別出来たわけではなかったです。でも、先生の講義を受けて、内容とか難しいこともあったけど、自分で考えて一生懸命出来た気がします。算数は難しいけど楽しいなと思える講義でした。

●学生F: 私は数学が小学校の頃から苦手だった

ので、最初この授業に対して抵抗がありましたが、ふたを開けてみると、よく考えればわかる問題や、論理的思考で解く問題など、おもしろい問題が多く、自分の数学に対する考えが少し変わりました。ありがとうございました。

こんなにも算数嫌いを増やしている原因は大人の側にあるといえる。

それでも、授業を通し、言いたいことは感じ取ってくれたと思う。

●学生G：私は小学校からずっと算数・数学が大好きで、数検準2級と2級の1次合格の資格まで持っています。増田先生の講義を受けてみて、自分の知らなかった算数の顔を見ることができ、毎回驚きや学びばかりでした。でも、毎回の授業で出る問題はとて難しく、考えても考えても分からない問題がほとんどでした。自分は教員を目指している者として、まだまだと実感しました。算数科概論の講義や教職についてのことを集中して楽しく学ぶことが出来ました。学んだことや算数の楽しさを忘れずに、これからもがんばっていきたいと思います。

●学生H：授業で扱った問題は、面白いものが多く、とてもやりがいがあったので楽しかったです。一問一問に一喜一憂したのも久しぶりでした。

●学生I：はじめは算数というだけで抵抗がありました。実際に受けてみると、想像したものとは違い、とても楽しいものでした。小学校の算数教育について少しは理解できたと思います。算数や数学への抵抗を減らしていただいたこと、心から感謝しています。

●学生J：先生のおかげで固かった頭が少し柔らかくなった気がします。

●学生K：先生の授業は楽しくて、ちょっと難しい問題もあったけど、今までの自分にはなかった考えたかや見方が発見出来ました。数学は苦手だけど、考える過程に重点を置いてくださったので、成績を気にすることなく安心して取り組みました。自分の中で、数学に対するイメージは変わった。

●学生L：先生の授業とても楽しかったです。はじ

めはもっと計算や式の細かいところまで考えていくと思っていましたが、先生の授業は全く違いました。そんな中で、改めて算数が楽しいものだと感じ、新しい発見、気付きなども出来ました。

●学生M：自分の思っていた算数の授業と違って、楽しかったです。私は算数があまり得意ではないと思っているけど、少し前向きになれた気がします。

●学生N：算数・数学はとて嫌いだったけど、この授業で少し楽しいなあと思えるようになりました。相変わらず苦手ではありますが……。

●学生O：算数科概論を受けて、算数の授業のイメージが変わりました。ただ計算や文章題をやるのではなく、なぞなぞみたいなひらめきの問題がたくさん用意していただいたり、作品を作ったりとても楽しいし興味をとて持つことが出来ました。

●学生P：算数や数学に対する考え方が変わりました。やはり勉強は楽しくやるのが大切だと思いました。

4. 算数科概論の授業を通して

1) 数詞を唱えることと数の理解は別である

松本大学第1期生の第1回目の授業は、いきなり童謡「すうじのうた」を聴くことから始まった。少し古い歌なので、学生は知らないかと思ったが、数名の学生と一緒に歌ってくれた。いい雰囲気スタートである。算数科概論の授業で何が始まるのか？戸惑いの顔もないわけではない。

すうじの1はな～に、こうばのえんとつからはじまり、以下

- 2: おいけのがちょう、
- 3: あかちゃんのおみみ、
- 4: かかしのゆみや、
- 5: おうちのかぎよ、
- 6: たぬきのおなか、
- 7: こわれたらっば、
- 8: たなのだるま、

9: おーたまじゃくし、
ときて、最後に

すうじの10はな～に、えんとつとおつきさま おし
まい

で、終わる可愛い童謡である。

「この歌、変じゃない?」と問いかける。歌を知らない学生のために、映像で歌詞を表示した。学生たちは数字ごとの歌詞にこだわり、珍回答が続出する。笑いが起こる。

十進位取り記数法の中で、数字は0から9までの10個である。あとは記数法により数字が組みあわさり数が構成され、集合数や順序数となる。10は数であり数字ではない。

いくらたくさん数が唱えられても、それはまだ算数の土俵には上っていないのだと。親の中には「うちの子は50まで数えられる」「うちの子は100まで」「うちの子なんかもっと…」と満面の笑みで我が子をながめ、多くの親が「もしかして我が子は天才かも」と密かな期待をする。こうした親の期待を背に子供たちは入学の時期を迎える。

しかし、教師には冷静に子供たちの実態を把握してほしい。現在、多くの子供たちが小学校に入学する前から数詞が唱えられるようになってきている。しかし、数詞を唱えられることと、数を数えて数を把握できることは別問題である。教師はそのことをしっかりと把握してほしい。8つのおはじきを並べ、いくつあるかをたずねる。1から数え8と答えたとき

ろで、もう1つおはじきを加える。またいくつあるとたずねると、また1から数えはじめる。8という数を多様に見られることが必要となる。実際の教科書を見てみる。

小学校に入学して不安と晴れがましが混じり合う、初々しい1年生。勉強を心待ちにしている子供たち。特に算数の授業をわくわくした気持ちで待ちわびている。ところが1年生の担任を悩ませるのが、4月から6月頃までの教科書のページである(図1)。絵ばかりのページでいったいどのような指導をするのだろうか。しかし、この中に貴重な算数科の指導の要素が多く含まれている。ここの指導が不十分だと、目の前にいる子供たちの小学校6年間に多大な影響を与えてしまう。そうだとしたら、教師にとっても責任重大な場面である。子供たちは入学前から日常生活や遊びの中で、ものの個数を数えたり、数詞を含む言葉を用いて会話をしたりと、様々な経験を繰り返し積んでいる。算数科概論の授業では、実際の小学校教科書(図2)をもとに、数感覚が次第に養われていく実践の実例を写真などで示していった。整数の概念を形成することが算数指導の根本となるが、この整数の概念を形成することは、実は難しいことなのである。容易であると思うところに算数指導の誤りと問題が生じることもある。数の概念は、大人にとってはなんでもなようなものであるが、児童にとってはそれほど容易な概念ではない。数を教えることが容易であると

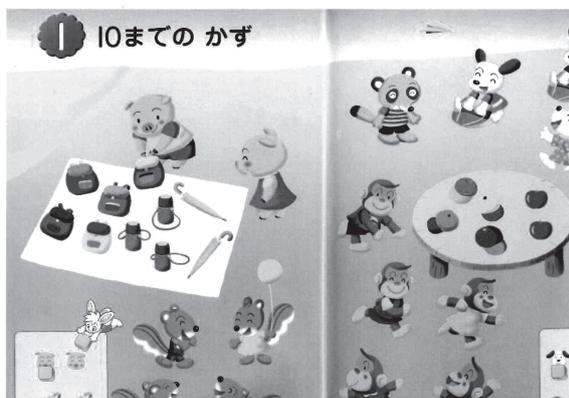


図1. 1年生の算数科の教科書例 (D社)⁴⁾

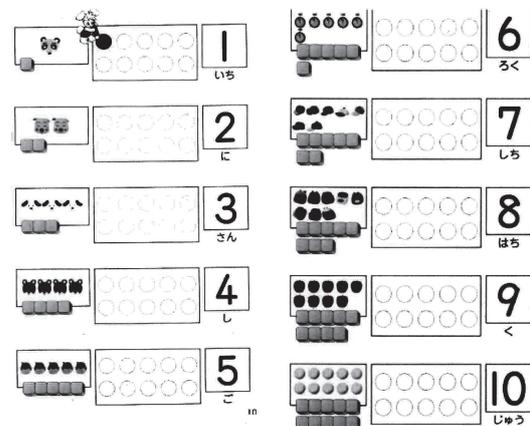


図2. 1年生の算数科の教科書例 (D社)⁴⁾

考えている人のなかには、数詞や数字のことを数と
考えており、数字のかき方、記数法とその呼び方を
教えることをもって、数を教えたとは錯覚しているよ
うに思われる。数字が数なのではない。

おはじきを2つ並べたら2ではなく子犬だと言わ
れたり、指2本たて2を表現したらVサインだと言わ
れたり。見せたからそう見えるのではなく、その意識
がないものには見えないのだ。左手で2、右手で3を
作り、両手で「いくつ?」と聞くと、「2つと3つ」との
答えがかえってくる。この子にとっては、2つも3つも
指の形であり、5つも片手を開いた指の形であって、
指の数ではないのである。

このように小学校での指導場面をスライドなど
で提示しながら実際の小学校授業の具体場面を見
ながら話を進めていった。

2) 加法・減法

①8+6の計算の仕方を説明しなさい

加数分解 $8+6=8+(2+4)=(8+2)+4$

被加数分解 $8+6=(4+4)+6=4+(4+6)$

②14-8の計算の仕方を説明しなさい

減加法 $14-8=(10+4)-8=(10-8)+4$

減々法 $14-8=14-(4+4)=(14-4)-4$

このような計算の仕方の手続きは、1年生の後半
(下巻)の指導内容の重要な部分を占めていると言
える。実際の小学校での授業(図3)の写真を見な
がら考え進めた。

$7+8=15$ の計算は「繰り上がり」がある計算であ
るといわれるが、この「繰り上がり」なるものは、整

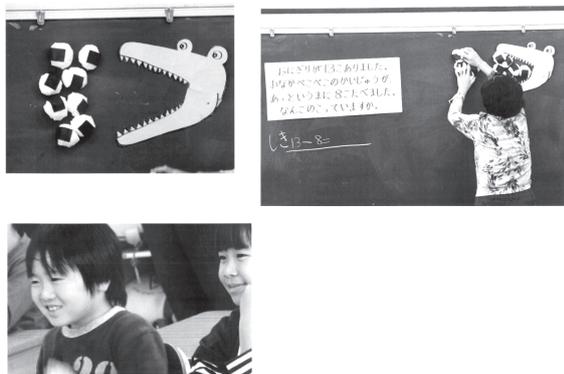


図3. 実際の小学校の授業での板書例と写真

数そのものには関係ないことである。この演算が当
てはまる具体的な事象として、いくつかの類型があ
る。

- ①2つの数量が与えられているとき、それらを合わ
せた大きさ(合併)
- ②ある数量があって、それに別の数量を追加した
り、増加したりするときの大きさ(増加)を求め
る場合。

この他に、減法の逆算として加法を用いる場合
や、順序数が用いられている場面で、上の①や②
へ帰着される場合などがある。

減法は加法の逆算。つまり、aとbが既知の数の
場合、 $a+b=c$ として和cを求めた加法を図のような
操作と見なし、そして今度はその逆向きの操作とし
て、cとbが既知の数のときに、 $c-b=a$ として差aを
求める操作を考えます。これが減法である。cを被
減数、bを減数という。この関係、すなわち、
 $a+b=c$ 及び $c-b=a$ (または $c-a=b$)のことを、線
分図(テープ図ともいいます)を用いて次のように
表すことがある。

この演算があてはまる具体的事象として、加法
の場合と同様に、いくつかの類型がある。

- ①ある数量(全体)から、その一部分を取り除いた
残りの大きさ(求残)
- ③2つの数量が与えられているとき、それらの違い
の大きさ(求差)

このような基本を学びながら、修学前後の幼児
児童の数概念と数学の基本を結びつけて学んでい
く。今回は、このような基本的な学びの授業記録は、
様々な書籍で述べられているので省略する。

3) 十字架の真ん中は何?

十字架状(図4)に並んだ
ます目がある。ます目は9つ
あるが、このます目に1から9
までの数字を1つずつ入れ
ていく。

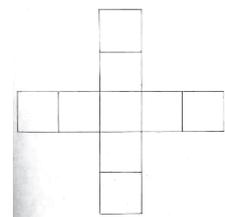


図4. 演習問題例⁶⁾

その時、たてにも、横にも、たすと、その和が23となるようにする。交叉したところのまん中のます目の数字は何だろうか。1~9を順次足すと45であることは知っておきたい。そうすると $23+23=46$ だから中心では1がダブルカウントされていることがわかる。おもしろい問題であるし、算数科の基本を含んだいい問題といえる。

4) 乗法・除法の意味

同じ数ずつの集まりや加法の考えを基にして、乗法概念を作る。 $3+3+3+3=12$ と立式して答が求められる場合、「どれも3人ずつ」という著しい特徴がある(同数累加)。つまり、「3を4個たす」という特徴をわかりやすく表現し、加法で表す代わりに、 $3 \times 4 = 12$ と表すことにし、このような演算を乗法という。加法減法の項でも述べたとおり、ここでも子供たちの四則計算の概念獲得の経過や数学の基本との結びつきなどの学びの様子は省略する。

5) 基礎教育センターの授業とニアミス

水曜1限の住吉学長の授業「地域社会と大学教育」の前半30分が基礎教育センターの授業にあてられることがある。国語や英語や数学の授業枠を設けている。増田は全部の授業を参観させていた。

ある日の基礎教育センター数学で同じ時期に増

答えはいくつ?

- ① 1 2 3 4 5 6 7 9 × 9 =
- ② 1 2 3 4 5 6 7 9 × 1 8 =
- ③ 1 2 3 4 5 6 7 9 × 2 7 =
- ④ 1 2 3 4 5 6 7 9 × 3 6 =
- ⑤ 1 2 3 4 5 6 7 9 × 4 5 =
- ⑥ 1 2 3 4 5 6 7 9 × 5 4 =
- ⑦ 1 2 3 4 5 6 7 9 × 6 3 =
- ⑧ 1 2 3 4 5 6 7 9 × 7 2 =
- ⑨ 1 2 3 4 5 6 7 9 × 8 1 =

図5. 演習問題例⁶⁾

田が算数科概論で課題として扱ったものと同じ問題を出題されるという事態が発生した。増田が次週に取り扱う予定であったが、その直前に解法のみ示されてしまう事態が発生した。しかし教育学部1年生学生たちは何事もなかったように授業を推移させてくれた。かえってその関連として扱うことができたともいえる。それが、このかけ算を発展的に扱う問題である。

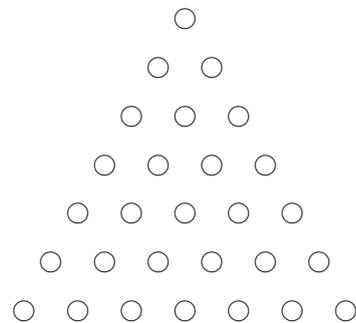
大切なことは、 $\times 9$ の、9を10と見て $10-1$ と考え、 $123456790-12345679=11111111$ となるという驚きを体験させる。数を多面的にとらえる力の重要性を体験していく(図5)。

6) パスカルのピラミッド 奇数偶数

5年奇数偶数 (パスカルのピラミッド)

- ① 端は全て1
- ② 下の○は上の2つの和
- ③ 偶数のみを赤で塗る

17段目はどのようなになっているでしょうか



すべて計算していくのでなく $\bigcirc + \bigcirc = \bigcirc$ 、 $\bullet + \bullet = \bigcirc$ 、 $\bigcirc + \bullet = \bullet$ 、 $\bullet + \bigcirc = \bullet$
つまり偶数+偶数=偶数、奇数+奇数=偶数、偶数+奇数=奇数、奇数+偶数=奇数と発見する。

7) 指かけ算ができることを説明しなさい

指を使って九九をやることができます。(図6) 指を1つずつ折りながら1から10まで数えます。5までは指を折って、6以上は再び、指を1本ずつ戻していきます。これ

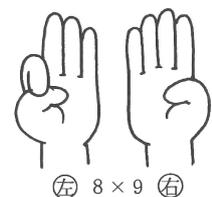


図6. 演習問題例⁶⁾

を使ってやります。例えば、 8×9 の場合は、次のようです。曲げない指の数の和を考えます。 $3+4$ です。これを十の位と考え、70とします。曲げた指は積を考えます。 $2 \times 1 = 2$ 。これは一の位の数として2になります。 $70+2=72$ 、これが 8×9 の答えとなります。

8) 約数倍数

◎下駄箱の問題

私たちの小学校には、500個の靴箱が順序よく並べられています。500人の子供がいます。始業式の日、次のようなパズルをすることにしました。

- ①第1番目の児童が学校に入り、すべての下駄箱を開けます。
- ②第2番目の児童が学校に入り、今度は偶数番目(2、4、6……)を閉めます。
- ③第3番目の児童が学校に入り、今度は3の倍数の下駄箱を逆にします。
- ④第4番目の児童が学校に入り、今度は4の倍数の下駄箱を逆にします。

このように500番目の児童まで、自分の番号の倍数倍の下駄箱を逆にしていきます

このとき、最後にどの下駄箱があいたままになっているでしょう⁵⁾。

このように、典型的な帰納的な解決が求められる問題である。前述の水曜1限の住吉学長の授業で、本学の取り組みの特徴を帰納的と説明され強調されている。そこで算数科概論の授業のなかで、

下駄箱ワークシート

番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1																		
2																		
3																		
4																		
5																		
6																		
7																		
8																		
9																		
10																		
11																		
12																		
13																		
14																		
15																		
16																		
17																		
18																		
19																		

図7. 演習問題でのヒントカードの例

しっかりと数学的機能の説明をしておくことにした。ポリアも数学的帰納法について章を設け丁寧に詳細に記述されている。関連して扱ったので学生にとってわかりやすかったと思う。この授業では、どうしても答えの方向に行き着かず困っている学生に、(図7)のようなヒントカードを準備した。このヒントカードを使えば、考え方に気付き、帰納的に考え進め、確実に解決につながっていく。小学校の授業でも大いに用いたい指導法である。学生には帰納法の説明を十分にし、解決してみて気付いたことを振り返るとい、いわば個に応じるためのヒントカードの実例をもとに体感させた授業である。

9) 消費税と割引の問題

式のよさを味わわせる指導の実例をしました。次のような場面設置である。日常生活で起こりうる問題である。

問題は、30%OFFの商品を購入するとき、割引と消費税(8%)のどちらを先に計算すると得だろうか、というものだ。じっくりと考え進んでいくと、最終的にはすっきりした式に到達できる。 $(A \times 0.7) \times 1.08 = (A \times 1.08) \times 0.7$

式のよさを子供たちに実感させるよい場面となる。この時の授業風景は本学のホームページで紹介された。(図8)がそれである。



図8. 消費税と割引の問題を説明し合う授業

10) 分数の理解を深める授業

一概に分数といっても、実はさまざまな種類がある。そのことは小学校学習指導要領解説算数編³⁾が詳しく述べている。3年生の100ページ(新学習指導要領なら150ページ)である。以下の通りである。

ア 分数の意味と表し方

分数は、等分してできる部分の大きさや端数部分の大きさを表すのに用いられる。分数の意味について、その観点の置き方によって、様々なとらえ方ができる。2/3を例にすると、次のようである。

- ①具体物を3等分したものの2つ分の大きさを表す。
- ②2/3L、2/3mのように、測定したときの量の大きさを表す。
- ③1を3等分したもの(単位分数である1/3)の2つ分の大きさを表す。
- ④AはBの2/3というように、Bを1としたときのAの大きさの割合を表す。
- ⑤整数の除法「2÷3」の結果(商)を表す。

これらは便宜上分けたところもある。指導にあたっては、幾つかの考えを同時に用いることが多い。なお、「分母」、「分子」の用語を扱う、としている。第3学年では、上記の①、②、③などの考え方を用いる。④や⑤については、第5学年で取り扱う。しかし、このことは小学校現役教師たちの大多数が知らない。将来、松本大学出身の教師は「知らない」とは言わないようにと話した。

そこで、実際の小学生の授業の写真を見ながらすすめた。授業場面は実際の授業では若い教師により指導が混乱した場面である。それは5年生の異分母分数の加減の指導場面で起こった。子供たちが問題を作り合う、作問指導場面である。ある子供が次のような問題を作った。

1/2+1/3の問題づくり場面である。

「僕のうちは兄弟が2人で男は僕一人、隣のAちゃんのうちは3人兄弟で男はAちゃん一人だけ。だから男は、1/2+1/3=2/5です。」というものだ。さあ、どのように指導を修正したらよいだろうか、となげ

かけた。

この問題は有名であり、よく扱われるのは、Aの皿に黒い碁石と白い碁石が1つずつのっている。Bの皿には黒い碁石1つと白い碁石2つが乗っている。黒い碁石はAの皿では1/2でBは1/3。だから両方合わせると1/2+1/3=2/5という問題である。実際には1/2+1/3=5/6だが、一見正しいように思える。子供たちにどのように指導しますかと、学生たちに出题し議論した。

11) 方程式

ディオファントスの墓碑銘として知られる問題がある。次のような問題である。

「ディオファントスは、一生の6分の1を少年として過ごし、一生の12分の1を青年として過ごした。その後、一生の7分の1たって結婚し、その5年後に子どもが生まれた。その子は父の一生の半分だけ生き、父はその子の死の4年後になくなった。」

この有名な問題にも挑戦してもらった。前述の学生の感想にもあるように、このような世界的に有名で興味深い問題を多く取り扱っていった。

12) 逆思考のおもしろさ

何でも方程式で解けばいいというものではない。むしろ算数的な思考を用いた方が解に至りやすい問題例をあげた。

問題は、風呂桶に水が入っている。そこから水をくみ出していく。1回目は全体の1/2と2Lを使った。2回目は残りの1/5と4Lを使った。3回目は残りの3/4と3Lを使ったら残りはなくなった。最初に風呂桶には何L水があったか、というものだ。これは2回目の残りを□リットルとし、□-□×3/4-3=0、□×1/4=3、□=12となる。次に1回目の残りを△リットルとし、△-△×1/5-4=12、△×4/5=12+4=16、△=16×5/4=20、☆-☆×1/2-2=20、☆×1/2=22。

だから44Lの正解が導かれる。方程式でやるとやややっかいだが、算数ならわかりやすいこともあることを体験した。

13) フレクサゴン

フレクサゴン〔変わり絵〕を作って(図9)遊ぼうという課題だ。そこに、どのような数学が隠されているか、調べましようという活動である。

7月のオープンキャンパスのミニ講義で何を扱うといいかを学生に尋ねたら、第1位がこのメビウスの輪とフレクサゴン〔変わり絵〕を作って遊ぼうであった。実際にミニ講義後の高校生の感想は抜群に高い評価であった。授業の進め方や扱いを検討しておきたい教材である。メビウスの輪とフレクサゴンの原理と共通であるところがおもしろい教材である。9月2日に松本大学で開催した教員免許更新講習選択「算数教育と学級経営」でも、同様に高い評価であった。さっそく教室で扱いたいという教員の感想が多かった。

14) ポリア

算数科の教材である平行、垂直の学習がある。空間図形の場合では直方体の特徴を調べる活動がある。ポリアは問題を解く過程の実例として直方体の対角線の長さの考察をしている。教員採用試験の数学の問題として出題率の高い場面でもある。それだけでも興味深い。算数科概論の教科書としたポリアの本の中でも、この直方体の対角線を求める問題の部分は丁寧に読みすすめた。



図9. 学生の作品例

15) その他

ローマ数字のⅣ(図10)が時計のようになった逸話を調べた。2年生後期からのゼミにおける卒業研究のテーマの一例として話した。卒業研究は断然数学を選ぶと決意した学生もいた。数学こぼれ話とでもいえる教材の扱いの場面である。

Ⅲ. まとめ

「学生の授業後の感想から」では学生の生の声の引用が少し長すぎる感はあるが、なるべく多数の学生の感想を無修正で掲載してみた。学生の生の声は分析の対象として十分に機能する。例えばそれにしても算数嫌いが多すぎる。原因として考えられることとしては以下のことが考えられる。

- ・本大学にたまたま算数嫌いたちが集まったのか?
 - ・この地域の算数教育に目に見えるほど大きな欠陥があるのか?
 - ・この学生たちは他教科でも同じことを言うのではないか。つまり謙虚という県民性が言わせている言葉なのか?
 - ・本学の学生だけでなく、日本全体が自己肯定感の低い若者を量産していないか?
- 今後、冷静に見極めていきたい。そのことが未来

松本市時計博物館 1階 何か変?

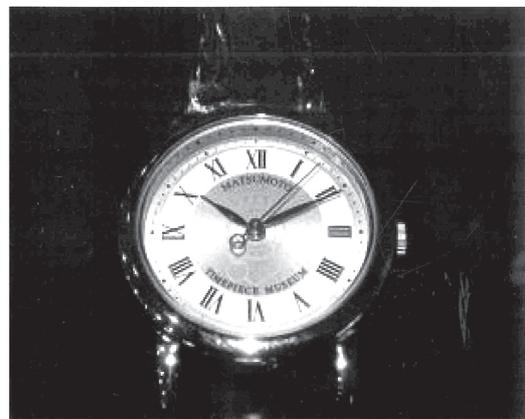


図10. 松本市時計館ホームページから⁷⁾

の小学生たちの前に立つ教師たちの人生観、教育観となり、指導者としての人間性を培い導いていく大切な方向性になる。

この授業が15回を終了した頃、都道府県単位で教員採用試験が行われた。平成30年度教員候補者の一次選考である。多くの学生たちが3年後にはこれにチャレンジし、4年後には間違えなく小学校教員を中心にフレッシュな教員が巣立っていく。

その彼らにしっかりと社会人としての教育者を育てる責務を感じている。この算数科概論の15回の授業記録をしっかりと分析し、今後の授業や指導のあり方の基礎を作り出していきたい。これこそがまさに総合教育研究であると確信する。

文献

- 1) Gボリア著(柿内賢信訳)「いかにして問題をとくか」丸善出版(1954)
- 2) モーリス・クライン(雨宮一郎訳)「何のための数学か…数学本来の姿を求めて」紀伊國屋書店(1987)
- 3) 文部科学省「小学校学習指導要領解説算数編」東洋館出版(2008)
- 4) 小学校算数科教科書「たのしい算数」大日本図書出版(2010)
- 5) J.A.ルドニック(伊藤説朗訳)「算数・数学科問題解決指導ハンドブック」明治図書(1985)
- 6) 坪田耕三著「算数授業に使える面白クイズ」明治図書(1991)
- 7) 時計博物館 松本市ホームページ
<http://www.city.matsumoto.nagano.jp/>